

**CARACTERÍSTICAS INFLACIONARIAS DE LA ECONOMÍA
ESPAÑOLA. UN ANÁLISIS ARMA VECTORIAL***

Autores: *Enrique M. Quilis*
Instituto Nacional de Estadística
Rafael Frutos Vivar
Agencia Tributaria y Universidad de Alcalá

P.T. N.º 9/99

Mayo 1999

(*) El contenido de este trabajo se ha visto beneficiado por los comentarios y sugerencias de Ana Abad y de participantes en seminarios realizados en el Instituto Nacional de Estadística, Instituto de Estudios Fiscales, Instituto Gallego de Estadística, FEDEA, y en las universidades Autónoma de Madrid, de Valladolid, Europea de Estudios Empresariales y de Coruña. Las opiniones expresadas corresponden a los autores y no reflejan necesariamente las del INE.

N.B.: Las opiniones expresadas en este trabajo son de la exclusiva responsabilidad de los autores, pudiendo no coincidir con las del Instituto de Estudios Fiscales.

Desde el año 1998, la colección de *Papeles de Trabajo del Instituto de Estudios Fiscales* está disponible en versión electrónica, en la dirección: ><http://www.ief.es/papelest/pt1998.htm>.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN
 2. METODOLOGÍA ESTADÍSTICA
 - 2.1. Modelización VARMA. Especificación mediante correlaciones canónicas
 - 2.2. Análisis canónico. Cointegración
 - 2.3. Factorización del operador VAR
 3. RESULTADOS EMPÍRICOS
 - 3.1. Datos
 - 3.2. Un modelo ARMA vectorial: especificación, estimación y diagnóstico
 - 3.3. Reducción de la dimensión: análisis canónico y factorial estático
 - 3.4. Factorización del operador VAR: descomposición en elementos permanentes y transitorios
 4. CONCLUSIONES
- REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

RESUMEN

Se especifica, estima y diagnostica un modelo VARMA para cinco indicadores de las condiciones inflacionarias de la economía española. La especificación y simplificación del modelo están basadas en técnicas de correlaciones canónicas, que permiten estimar tanto las tendencias comunes como las relaciones de cointegración. Asimismo, se calculan los componentes transitorios como desviaciones estacionarias a las citadas tendencias empleando una factorización apropiada del operador VAR.

Palabras clave: Modelos VARMA, reducción de la dimensión, cointegración, correlaciones canónicas, extracción multivariante de señales.

1. INTRODUCCIÓN

El análisis habitual de las condiciones inflacionarias de la economía española descansa, de forma principal, en el Índice de Precios de Consumo (IPC). Este predominio puede ser justificado tanto por razones teóricas como empíricas, encontrándose en Alvarez y Matea (1997) una exposición minuciosa de las mismas.

No obstante, con el fin de evaluar de forma más precisa y ponderada el estado inflacionario, así como para anticipar su evolución e identificar los impulsos que sobre él inciden, distintos analistas han resaltado la conveniencia de extender el conjunto de información, de manera que la suministrada por el IPC pueda ser complementada y ampliada con la de otros indicadores, véase Espasa *et al.* (1987), Matea (1989, 1993), Matea y Regil (1996), Cabrero y Delrieu (1996) y Fernández y Virto (1996), entre otros.

Reconociendo la conveniencia de ampliar el marco de indicadores apropiados para analizar la inflación, en este trabajo se han seleccionado cinco series mensuales de precios: los índices de precios de consumo (IPC), industriales (IPRI) y percibidos por los agricultores (IPPA) junto con los índices de valor unitarios de los bienes importados (IVUM) y exportados (IVUX).

El modelo empleado es un vector autorregresivo y de medias móviles (VARMA). Este tipo de modelos permite representar la dinámica de un conjunto de series temporales de forma poco condicionada *a priori* y, sobre la base de una forma reducida poco controvertida, realizar diversos análisis encaminados a identificar estructuras subyacentes y a reducir la dimensión del sistema.

Se utilizan técnicas de correlaciones canónicas para identificar el modelo y para simplificar su estructura. Dichas técnicas permiten estimar las tendencias comunes y las relaciones de cointegración. Asimismo, se estiman los componentes transitorios como desviaciones estacionarias a las citadas tendencias comunes empleando una factorización apropiada del operador VAR.

La estructura del trabajo es la siguiente. En la segunda sección se detalla la metodología estadística empleada. Esta sección se divide a su vez en tres apartados. El primero está dedicado a la definición del modelo VARMA y a las técnicas de correlaciones canónicas empleadas para especificarlo. El segundo presenta el análisis canónico, cuya finalidad principal es la de identificar los factores comunes no estacionarios y las posibles relaciones de cointegración presentes en el sistema. La exposición metodológica concluye en el tercer apartado, en el que se presenta la factorización del operador VAR que da lugar a una descomposición de las series observadas en sus componentes permanentes (o tendenciales) y transitorios (o cíclicos).

La tercera sección ofrece los resultados empíricos de la aplicación de esa metodología a los indicadores seleccionados. Nuevamente, esta sección está dividida en cuatro partes. La selección y tratamiento de los datos es comentada en el primer apartado. En el segundo se ofrecen los resultados de la especificación, estimación y diagnóstico del modelo VARMA. En el tercero se exponen los del análisis canónico, identificándose los factores comunes no estacionarios y las diversas relaciones de cointegración presentes en el sistema. La estimación de los elementos transitorios se efectúa en el cuarto, junto con un análisis de las volatilidades y co-movimientos. El estudio termina con una sección de conclusiones.

2. METODOLOGÍA ESTADÍSTICA

La metodología estadística empleada en este trabajo consta de tres etapas. En la primera, se especifica, estima y diagnostica un modelo VARMA que permita representar las interacciones dinámicas entre las series de forma parsimoniosa. Tomando dicho modelo como punto de partida, en la segunda etapa se realiza un análisis canónico orientado a la identificación de factores comunes no estacionarios y a la detección de posibles relaciones de cointegración. Finalmente, la tercera etapa consiste en una factorización del operador VAR de manera que sea posible efectuar una descomposición de las series observadas en sus componentes permanente y transitorio. De esta manera, se obtiene una estimación de la señal cíclica de cada serie representada por las desviaciones estacionarias a las tendencias comunes que gobiernan el sistema. A continuación se expone con más detalle cada una de las tres etapas.

2.1. Modelización VARMA. Especificación mediante correlaciones canónicas

Sea $Z_t = (z_{1t}, \dots, z_{kt})'$ una serie temporal múltiple de dimensión k cuya evolución está caracterizada por un modelo vectorial autorregresivo y de medias móviles (VARMA):

$$\Phi(B)Z_t = \Theta(B)a_t \quad (1)$$

donde $\Phi(B) = (I - \Phi_1 B - \dots - \Phi_p B^p)$ y $\Theta(B) = (I - \Theta_1 B - \dots - \Theta_q B^q)$ son polinomios matriciales de órdenes finitos p y q , respectivamente. B es el operador de desfase, tal que $BZ_t = Z_{t-1}$ y $a_t = (a_{1t}, \dots, a_{kt})'$ es una secuencia k -dimensional de perturbaciones estocásticas independiente e idénticamente distribuidas con media nula y matriz de varianzas y covarianzas Σ_a . Esta matriz es definida positiva y, en general, no es diagonal.

Adicionalmente, se asume que todas las raíces de los polinomios determinantes $|\Phi(B)|$ y $|\Theta(B)|$ se encuentran fuera o sobre el círculo de radio unitario. Si $|\Phi(1)| \neq 0$ se considera que Z_t es estacionaria y si $|\Theta(1)| \neq 0$ se dice que Z_t es invertible. Estos modelos se encuentran expuestos y analizados en Tiao *et al.* (1979), Tiao y Box (1981) Tiao y Tsay (1983), Lütkepohl (1991) y Reinsel (1993), entre otros.

La modelización VARMA empleada en este trabajo utiliza el ciclo adaptativo de especificación, estimación y diagnóstico propuesto en Tiao y Box (1981), que extienden al caso multivariante la conocida metodología de Box y Jenkins (1976) del análisis univariante de series temporales. En particular, la etapa de especificación se sustenta, de forma fundamental aunque no exclusiva, en el análisis de correlaciones canónicas propuesto por Tsay y Tiao (1985), y la estimación en el método de máxima verosimilitud descrito en Hillmer y Tiao (1979).

Existe una forma de examinar la estructura de dependencia estocástica de un vector de series temporales por medio del análisis de correlaciones canónicas. Esta posibilidad ha sido examinada por Akaike (1976), Cooper y Wood (1982), Tsay y Tiao (1985), Tiao y Tsay (1985, 1989), Tsay (1989a, 1989b) y Ray y Tsay (1997), entre otros. A continuación se expone el método propuesto por Tsay y Tiao (1985), que puede aplicarse de forma indistinta a una serie temporal escalar o vectorial, tanto si es estacionaria como si no lo es.

En primer lugar, se define un vector ampliado formado por Z_t y sus valores desfasados hasta el retardo m :

$$Y_{m,t} = (Z_t, Z_{t-1}, \dots, Z_{t-m})' \quad (2)$$

A continuación, se realiza un análisis de correlaciones canónicas entre $Y_{m,t}$ e $Y_{m,t-j}$ para distintos valores de m y de j . Dicho análisis descansa en el examen de los autovalores de la siguiente matriz:

$$A(m,j) = \Gamma(m,0)^{-1} \Gamma(m,j+1) \Gamma(m,0)^{-1} \Gamma(m,j+1) \quad (3)$$

siendo $\Gamma(m,j) = E(Y_{m,t} Y_{m,t-j}')$. Utilizando el menor autovalor de $A(m,j)$, que se designará por $\lambda(m,j)$, se obtiene la siguiente condición:

$$\lambda(p-1,j) \neq 0 \text{ si } p \geq 1 \text{ y } j \geq \max(0, q-1) \quad (4)$$

$$\lambda(m, q-1) \neq 0 \text{ si } q \geq 1 \text{ y } j \geq \max(0, p-1)$$

$$\lambda(p-1,j) = 0 \text{ si } m \geq p \text{ y } j \geq q$$

De esta manera, el vértice superior izquierdo de una submatriz de ceros en $\lambda(m,j)$ con $m, j = 0, 1, \dots$ indica, tentativamente, el orden apropiado de p y q .

La aplicación de este procedimiento requiere estimar $A(m,j)$ de forma consistente. Para ello se estima $\Gamma(m, j+1)$ mediante las correspondientes matrices de covarianzas cruzadas muestrales. Tsay y Tiao (1985) proponen el siguiente estadístico:

$$r(m,j) = -(n-m-j) \ln \left[1 - (\hat{\lambda}(m,j)/d(m,j)) \right] \quad (5)$$

donde $d(m,j)$ es $(n-m-j)$ veces la varianza muestral de la función de autocorrelación simple, evaluada en el retardo j , de la serie resultante de filtrar Z_t con un modelo VAR(m), cuyos coeficientes son los autovectores normalizados de $A(m,j)$ asociados a $\lambda(m,j)$, consistentemente estimados. El término $d(m,j)$ trata de corregir el efecto de la presencia de estructuras VMA en la varianza de $\lambda(m,j)$.

Una vez especificado y estimado el modelo (1) hay que examinar la idoneidad del mismo y, si ésta no es satisfactoria, diagnosticar las anomalías y reiniciar el ciclo hasta obtener una representación aceptable de las series en términos de la parametrización expresada en (1). En particular, se comprueba que las propiedades estadísticas de las innovaciones estimadas (los residuos) se comportan de forma congruente con las de un ruido blanco multivariante.

2.2. Análisis canónico. Cointegración

Una vez especificado, estimado y diagnosticado un modelo VARMA para las series de interés es posible aplicar distintas técnicas de análisis estructural que faciliten y amplíen la comprensión de las interacciones dinámicas estimadas a través del modelo VARMA. Una de estas técnicas es el análisis canónico de Box y Tiao (1977).

Dicho análisis permite estimar k variables U_t contemporáneamente incorrelacionadas mediante una transformación lineal de las series observadas:

$$U_t = MZ_t \quad (6)$$

Las filas de la matriz M que permite obtener los componentes canónicos, son los autovectores asociados a los autovalores ordenados de la matriz siguiente:

$$Q = \Gamma_z^{-1} \Gamma_z(1) = \Pi \Gamma_z^{-1} \Sigma_a \quad (7)$$

donde $\Gamma_z, \Gamma_z(1)$ y Σ_a son, respectivamente, las matrices de varianzas y covarianzas de Z_t , del predictor de error cuadrático medio mínimo de Z_{t+1} obtenido con información hasta t mediante el modelo (1), y de las innovaciones a_t de dicho modelo.

La matriz Q es el análogo multivariante del coeficiente de determinación R^2 del análisis de regresión. En consecuencia, los autovalores $0 \leq \lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_k \leq 1$ miden el grado de predecibilidad de las variables canónicas que se forman a partir de los correspondientes autovectores. Así, cuanto mayor (menor) es λ_i más precisa (imprecisa) resulta la predicción de u_{it} . Como indican Tiao *et al.* (1993), el análisis propuesto por Box y Tiao equivale a un análisis de correlaciones canónicas entre Z_t y $Z_t(1)$, siendo este último el predictor óptimo (en sentido ECM) de Z_{t+1} .

Como señalan Peña (1990) y Ray y Tsay (1997), los componentes canónicos asociados a los autovalores unitarios representan factores comunes no estacionarios subyacentes a las series observadas. Análogamente, los componentes vinculados a los autovalores nulos permiten caracterizar las relaciones de cointegración presentes en el sistema.

De esta manera, el análisis canónico permite identificar y estimar factores comunes y relaciones de cointegración simultáneamente, basándose en una modelización explícita y parsimoniosa de los datos. En este sentido, Bewley *et al.* (1994) y Bewley y Yang (1995) han mostrado, mediante experimentos de Monte Carlo, que este procedimiento es superior al método de Johansen (1988), en términos de dispersión y sesgo alrededor de los verdaderos valores de las relaciones de cointegración.

2.3. Factorización del operador VAR

Como ya se ha comentado, si $|\Phi(1)| = 0$ el modelo VARMA representado en (1) no será estacionario. Si el número de raíces unitarias, r , es menor que el de series que integran el sistema, k , se plantea la posibilidad de factorizar el operador VAR del modelo (1) según:

$$\Phi(B) = \vartheta(B)T(B) = \vartheta(B)(1 - TB) \quad (8)$$

donde $\vartheta(B)$ y $T(B)$ son operadores matriciales de órdenes $p-1$ y 1 , respectivamente. Asimismo, se verifica que $|\vartheta(1)| \neq 0$ y $|T(1)| = 0$. De esta manera, todas las raíces estacionarias se encuentran en $\vartheta(B)$ y las unitarias están en $T(B)$.

Esta factorización, sugerida en Stensholt y Tjostheim (1981) y Tjostheim y Paulsen (1982), permite representar de forma separada las interacciones estacionarias (por medio de $\vartheta(B)$) y

las no estacionarias (a través de $T(B)$). Como demuestran estos autores, esta factorización siempre es posible, no es única y el número de combinaciones es finito.

Particularmente interesante es la interpretación de $T(B)$ como un operador de diferenciación multivariante generalizado, basado en las r raíces unitarias comunes del sistema. De esta manera, las series filtradas $W_t = T(B)Z_t$ serán estacionarias y representarán las desviaciones de los componentes z_{it} respecto a sus factores no estacionarios comunes. Este procedimiento evita el riesgo de sobreparametrización que usualmente se produce al inducir estacionariedad en las series z_{it} mediante la diferenciación propia de sus representaciones ARIMA univariantes. Esta sobreparametrización suele tener efectos adversos sobre la estimación y el análisis del modelo VARMA, véase Box y Tiao (1977) y Hillmer y Tiao (1979), entre otros.

En este trabajo se adopta la sugerencia de Reinsel (1993) de estimar T a partir de la transformación de factores no estacionarios en variables observadas. La representación utilizada es la sugerida por el análisis canónico antes expuesto. En particular:

$$T = M_r' M_r \quad (9)$$

donde M_r es una matriz de dimensión $r \times k$ cuyas filas son los autovectores asociados a los r autovalores unitarios detectados en el análisis canónico.

Una vez obtenidas las series filtradas W_t , resulta inmediato estimar el componente permanente de Z_t como $P_t = Z_t - W_t = TZ_{t-1}$. Finalmente, el operador $\vartheta(B)$ se obtiene estimando por máxima verosimilitud exacta el modelo siguiente:

$$\vartheta(B)W_t = \Theta(B)a_t \quad (10)$$

Debe señalarse que este procedimiento equivale a una estimación en dos etapas de un modelo VARMA de corrección de error, cuya expresión completa es:

$$\vartheta(B)(I - TB)Z_t = \Theta(B)a_t \quad (11)$$

En la expresión anterior $\vartheta(B)$ y $\Theta(B)$ recogen la dinámica de corto plazo propia de las desviaciones estacionarias respecto a los componentes no permanentes (no estacionarios) comunes, caracterizados por la matriz T . La representación (7) conduce a una descomposición de la forma:

$$Z_t = P_t + \Xi(B)a_t \quad (12)$$

siendo $\Xi(B) = \vartheta(B)^{-1}\Theta(B)$ y verificándose $|\Xi(1)| \neq 0$.

3. RESULTADOS EMPIRICOS

A continuación se expone la aplicación de la metodología presentada en la segunda sección a las series seleccionadas. En primer lugar, se comenta la elección de fuentes estadísticas reali-

zada. A partir de ese momento, la exposición sigue el mismo esquema empleado para describir la metodología estadística. Todos los cálculos han sido realizados con los programas SCA (Liu y Hudak, 1995), Matlab (MathWorks, 1998) y SAS (SAS, 1991)¹.

3.1. Datos

Dado el objetivo de este trabajo, se han seleccionado cinco índices mensuales de precios ampliamente utilizados en el análisis de la coyuntura para examinar el estado inflacionario de la economía española. Se trata de los índices de precios de consumo (IPC), industriales (IPRI), percibidos por los agricultores (IPPA) así como los índices de valor unitario de los bienes importados (IVUM) y exportados (IVUX).

Con el fin de examinar un período muestral amplio pero lo más homogéneo posible, las series de crecimiento interanuales comienzan en 1979:01 y terminan en 1998:08. Existe evidencia empírica (Ayuso *et al.*, 1998) que sugiere esta selección de fechas al considerar que existe un cambio de régimen en el comportamiento de la inflación en la economía española fechado en torno a 1977.

La selección del IPC es inexcusable. El análisis de la inflación en España se basa, esencialmente, en esta serie. El carácter final de los bienes y servicios que integran su cesta, la frecuencia de sus tomas de datos y la prontitud en su publicación han consagrado al IPC como el indicador por excelencia de los precios. Existe evidencia empírica (Quilis, 1994) que sugiere utilizar el IPC no energético como medida del estado inflacionario básico pero, dado el escaso peso del componente excluido (en torno al 7 por ciento) se ha considerado que el índice general constituye una adecuada aproximación.

La inclusión del IPRI trata de recoger los aspectos relacionados con la evolución de los precios de origen industrial, tanto por su relevancia propia como por sus posibles efectos en los precios finales y de los bienes exportados. Análogamente, el IPPA representa el comportamiento de los precios de origen agrario, complementando de esta manera al IPRI y permitiendo la inclusión de su influencia en las restantes series, sobre todo IPC, IPRI e IVUX. Cancelo (1989) y Cano *et al.* (1991) realizan un análisis desagregado del IPPA y Quilis *et al.* (1992) del IPRI.

La evolución de los precios de los bienes importados, expresados en moneda nacional, es un elemento importante que condiciona el comportamiento de los precios interiores. De ahí surge la necesidad de incluir el Índice de Valor Unitario de las importaciones de bienes (IVUM) con el fin de representar adecuadamente los *shocks* nominales que recibe la economía española, originados bien en los tipos de cambio bien en los propios precios exteriores.

Asimismo, para completar la selección efectuada y con el fin de apreciar las condiciones de precios relativos de nuestra economía frente a los del resto del mundo, se ha incluido también el Índice de Valor Unitario de las exportaciones de bienes (IVUX). Referencias acerca de ambos índices se encuentran en Peña y Aguado (1994) y Carmena (1996).

Todas las series han sido corregidas de los efectos de observaciones anómalas mediante el programa TRAMO (Gómez y Maravall, 1996) y han sido expresadas como tasas porcentuales de variación interanual. Con el fin de no recargar la notación, $Z = (\text{IPC}, \text{IPRI}, \text{IPPA}, \text{IVUM}, \text{IVUX})$ representa las citadas tasas de variación y no los niveles de las series. Por último, todos los indicadores han sido obtenidos de la base de datos Tempus del INE.

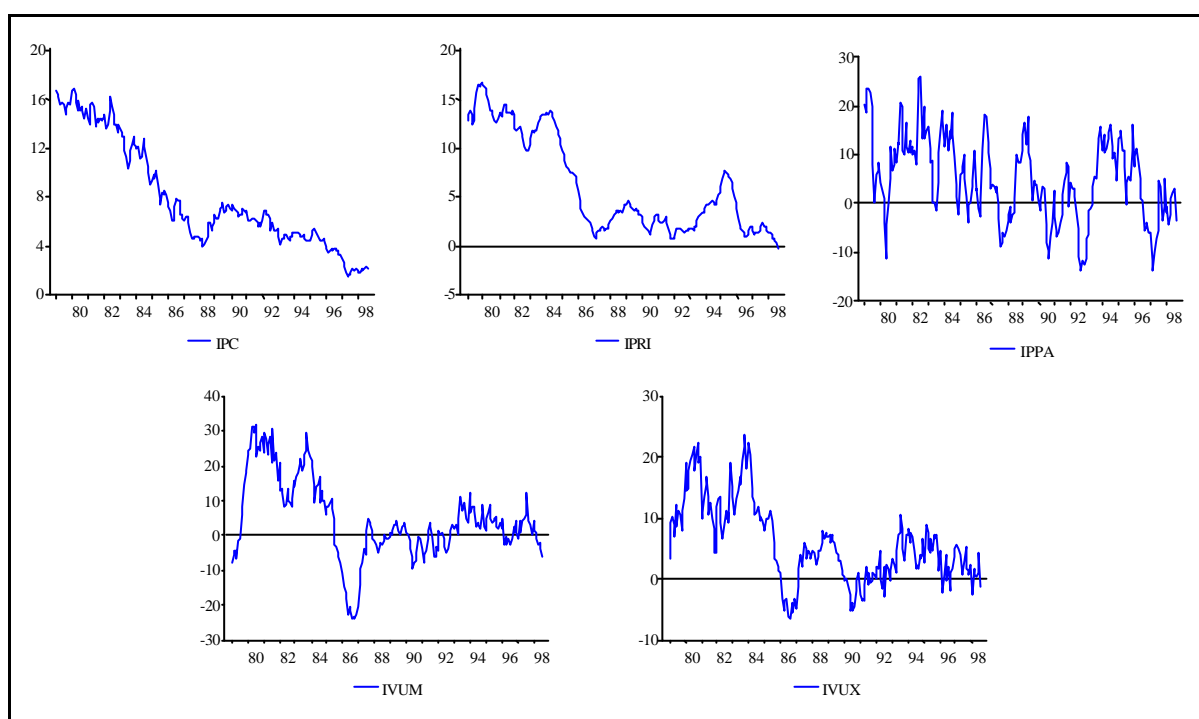
¹ Tanto las series utilizadas como los resultados intermedios están disponibles solicitándolos a los autores.

3.2. Un modelo ARMA vectorial: especificación, estimación y diagnóstico

En el gráfico 1 se encuentran representadas las tasas interanuales de los indicadores considerados en este trabajo. Destaca la presencia de una clara señal tendencial en las series correspondientes al IPC, al IPRI y, en menor medida, a los dos IVU. Asimismo, el componente irregular es particularmente manifiesto en los precios agrícolas (IPPA).

GRÁFICO 1

TASAS INTERANUALES



El análisis univariante preliminar sugiere que la modelización de las series consideradas deberá tener en cuenta la presencia de información de carácter estacional. En consecuencia, se ha optado por considerar un modelo VARMA estacional de tipo multiplicativo. Esta clase de especificación tiene dos ventajas frente a la aditiva: ofrece una representación más parsimoniosa y facilita sensiblemente el proceso de estimación por máxima verosimilitud exacta.

La identificación de un modelo VARMA para estas series se efectúa en dos etapas. En la primera se determina la estructura de la parte regular mediante el análisis de correlaciones canónicas anteriormente expuesto. En la segunda etapa, dicha estructura es estimada por máxima verosimilitud condicionada, sirviendo los residuos para especificar la correspondiente parte estacional del modelo, mediante el examen de las matrices de correlaciones cruzadas de los mismos. Finalmente, el modelo multiplicativo completo es estimado por máxima verosimilitud exacta y sometido a diversos contrastes con el fin de asegurar su compatibilidad con la información muestral. Naturalmente, si existe alguna señal de falta de adecuación a la muestra, se vuelve a especificar

car el modelo en la dirección sugerida por el análisis anterior, reiniciándose el ciclo de especificación, estimación y diagnóstico.

Como se aprecia en la tabla 1, el análisis de correlaciones canónicas de Tsay y Tiao (1985) sugiere un modelo VARMA(2,1) para la parte regular. Este análisis gira en torno al valor del estadístico $r(m,j)$ presentado en la expresión (5). La propiedad más relevante de este estadístico es que si una serie sigue un modelo ARMA(p,q), entonces $r(m,j)$ tiende a distribuirse de acuerdo a una χ^2 con un grado de libertad, si $m=p$ y $j \geq q$ o si $m \geq p$ y $j=q$. Utilizando esta propiedad, se forma una tabla llamada "SCAN" (*Smallest Canonical Correlation*) que recoge los valores de $r(m,j)$ para distintos valores de m y j. En la tabla 1 se muestran los valores de $r(m,j)$ normalizados respecto al valor crítico, al uno por ciento de significación, de una χ^2 con un grado de libertad.

TABLA 1
ANÁLISIS DE CORRELACIONES CANÓNICAS SCAN
APLICADO A LAS SERIES OBSERVADAS Z_t

		j						
		0	1	2	3	4	5	6
m	0	62.85	7.49	3.69	2.37	1.66	1.29	1.05
	1	3.33	1.03	1.00	1.39	1.16	0.34	0.88
	2	0.90	0.52	0.59	0.43	0.61	0.53	0.47
	3	1.00	0.57	0.47	0.36	0.35	0.26	0.21
	4	1.60	0.56	0.44	0.35	0.28	0.21	0.19
	5	1.61	0.62	0.32	0.34	0.21	0.21	0.20
	6	0.78	0.55	0.25	0.20	0.21	0.28	0.24

El examen de las matrices de correlaciones cruzadas extendidas (Tiao y Tsay, 1983) revela la misma pauta que el análisis SCAN. Asimismo, el análisis de las matrices de autorregresiones parciales y de las matrices de correlaciones cruzadas (Tiao y Box, 1981) se muestra congruente con esta identificación tentativa.

Las matrices de correlaciones cruzadas de los residuos del modelo VARMA(2,1), estimado por máxima verosimilitud condicionada, sugieren la presencia de un componente VMA(1) estacional que, combinado con la especificación de la parte regular, da lugar a una representación multiplicativa de la forma VARMA $(2,1)(0,1)_{12}$:

$$(I - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2) Z_t = (I - \Theta_1 B)(I - \Theta_{12} B^{12}) a_t \quad (13)$$

siendo $Z_t = (IPC_t, IPRI_t, IPPA_t, IVUM_t, IVUX_t)'$. Los resultados de la estimación del modelo (13) por máxima verosimilitud exacta se ofrecen en la tabla 2:

TABLA 2
ESTIMACIÓN DEL MODELO VARMA (2,1)(0,1)₁₂ POR MÁXIMA VEROSIMILITUD EXACTA

	Estimación					Desviación típica					Autovalores	
Φ_1	0.408	0.199	-0.038	0.055	0.028	0.274	0.125	0.118	0.071	0.055	-0.3112	
	0.154	1.114	-0.530	0.370	0.323	1.433	0.525	0.193	0.121	0.110	0.5310	
	2.012	1.379	-0.822	0.744	0.558	2.980	1.554	0.146	0.116	0.174	0.7388	
	0.811	2.843	0.066	0.634	-0.135	2.055	0.744	0.742	0.466	0.411	-0.8018	
	1.598	-0.031	-3.066	1.839	1.326	7.805	2.838	0.318	0.241	0.376	0.8448	
Φ_2	0.584	-0.200	0.032	-0.053	-0.027	0.274	0.118	0.103	0.074	0.030	-0.6471-0.5449i	
	-0.156	-0.210	0.466	-0.382	-0.156	1.429	0.495	0.169	0.126	0.080	-0.6471+0.5449i	
	-2.108	-1.190	1.431	-0.808	-0.199	2.977	1.476	0.139	0.126	0.183	0.9799-0.0152i	
	-0.831	-2.566	-0.127	0.356	-0.051	2.055	0.694	0.648	0.486	0.241	0.9799+0.0152i	
	-1.671	0.183	2.678	-1.868	-0.012	7.782	2.674	0.298	0.253	0.355	0.9929	
Θ_1	-0.643	0.036	-0.046	0.065	0.007	0.268	0.098	0.117	0.072	0.058	-0.0213	
	-0.021	-0.625	-0.521	0.366	0.305	1.435	0.527	0.192	0.121	0.110	-0.3415	
	1.278	0.673	-1.686	0.820	0.310	2.922	1.126	0.140	0.119	0.166	-0.6627-0.5963i	
	-0.296	1.743	0.109	-0.244	-0.375	2.067	0.812	0.740	0.473	0.419	-0.6627+0.5963i	
	1.307	-0.620	-3.063	1.786	0.616	7.796	2.876	0.316	0.243	0.378	-0.8937	
Θ_{12}	0.714	-0.106	0.010	-0.007	0.018	0.054	0.097	0.006	0.009	0.012	0.5445	
	-0.029	1.000	-0.007	-0.003	0.031	0.028	0.044	0.003	0.005	0.007	0.7570	
	0.719	-0.523	0.618	-0.027	-0.024	0.480	0.824	0.054	0.078	0.108	0.9320-0.1325i	
	-0.296	-1.206	-0.025	0.952	0.081	0.298	0.499	0.032	0.047	0.064	0.9320+0.1325i	
	0.319	-0.922	-0.087	-0.019	0.879	0.199	0.346	0.023	0.034	0.044	0.9976	
$\Sigma_a \setminus \Gamma_a$	0.139	0.180	0.360	0.120	-0.060	—					0.0317	0.4894
	0.012	0.045	0.140	0.240	0.130						0.1067	0.7286
	0.441	0.073	10.939	-0.050	0.040						2.3354	0.8893
	0.110	0.126	-0.513	5.647	0.280						5.6292	1.2453
	-0.036	0.045	0.171	1.080	2.883						10.2749	1.6473

En la tabla anterior Σ_a y Γ_a denotan, respectivamente, las matrices de covarianzas y de correlaciones de los residuos. Los autovalores asociados a las matrices Φ_1 Φ_2 se corresponden con los de la matriz de acompañamiento del operador VAR:

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 \\ I & 0 \end{bmatrix}$$

Siguiendo las recomendaciones de Hillmer y Tiao (1979) y de Liu y Hudak (1995), la estimación por máxima verosimilitud exacta adopta como condiciones iniciales las proporcionadas por la correspondiente estimación condicionada, con el fin de facilitar el funcionamiento del algoritmo de optimización no lineal.

Los principales rasgos contenidos en la tabla anterior son:

1. La presencia de dos raíces prácticamente unitarias en el operador VAR($r=2$), que confirma el carácter no estacionario conjunto de las series consideradas.
2. Como el número de raíces unitarias es menor que el de variables, posiblemente existen tres relaciones de cointegración en el sistema, esto es, tres combinaciones lineales de las series observadas que sí son estacionarias.
3. La representación estimada no es invertible, debido a la estructura latente de la matriz Θ_{12} . Este hecho refuerza la conveniencia de emplear modelos VARMA frente a los VAR, así como el uso del método de máxima verosimilitud exacta frente al condicionado (Hillmer y Tiao, 1979).
4. La estimación de la matriz Σ_a de varianzas y covarianzas de las innovaciones indica una pauta de interacción contemporánea positiva y de intensidad moderada.

El análisis detallado de los residuos no revela inadecuación del modelo a la muestra, como indican las correspondientes matrices de correlaciones cruzadas (tabla 3) y el análisis SCAN de los residuos (tabla 4).

TABLA 3
MATRICES DE CORRELACIONES CRUZADAS DE LOS RESIDUOS

1	2	3	4	5	6
.
.	- +
.	- -
. +
7	8	9	10	11	12
.
.
. -
.
. +
13	14	15	16	17	18
. + + +
.	+
.
. - +
. +
19	20	21	22	23	24
. +
.
.
. +
. +

Los valores de los coeficientes estadísticamente significativos de la tabla anterior no sugieren una pauta discernible de concentración ni en los retardos ni en las variables y, adicionalmente, sus valores absolutos son reducidos (siempre inferiores a 0.18). Tan sólo se observa un predominio de las asociaciones positivas frente a las negativas que pudiera estar relacionada con la forma de la distribución de los residuos que se comenta más adelante. El análisis SCAN tampoco revela indicios de estructura sistemática en los residuos, como se aprecia en la tabla siguiente.

TABLA 4
ANÁLISIS DE CORRELACIONES CANÓNICAS SCAN APLICADO A LOS RESIDUOS

		j						
		0	1	2	3	4	5	6
m	0	0.32	0.43	0.36	0.87	0.56	0.62	0.55
	1	0.43	0.10	0.13	0.26	0.30	0.25	0.38
	2	0.37	0.14	0.14	0.23	0.20	0.21	0.16
	3	0.99	0.31	0.27	0.18	0.18	0.11	0.14
	4	0.59	0.35	0.22	0.18	0.13	0.13	0.19
	5	0.80	0.31	0.20	0.14	0.15	0.16	0.18
	6	0.80	0.57	0.25	0.23	0.21	0.20	0.13

Finalmente, ni el estadístico de razón de verosimilitudes propuesto por Tiao y Box (1981) ni el de autocorrelación multivariante sugerido por Hosking (1980) indican la presencia de estructuras serialmente correlacionadas en los residuos. La expresión correspondiente al primero de ellos es:

$$M(h) = -(n - 1/2 - kh) \ln \left[\frac{e_h' e_h}{e_{h-1}' e_{h-1}} \right] \quad (14)$$

donde e_h son los residuos de un modelo VAR de orden h . Bajo la hipótesis nula de que el vector de series obedece a un modelo VAR(h), $M(h)$ se distribuye como una χ^2 con k^2 grados de libertad. Los valores correspondientes de $M(h)$ se presentan en la tabla siguiente:

TABLA 5
CONTRASTES DE AUTOCORRELACIÓN MULTIVARIANTE

		h					
		1	2	3	4	5	6
M(h)		14.36	18.50	14.56	39.23	21.86	30.56

Por su parte, el contraste *portmanteau* de Hosking emplea el estadístico siguiente:

$$H(h) = \sum_{j=1}^h (n - h)^{-1} \text{tr} \left[\Sigma_e(j) \Sigma_e^{-1} \Sigma_e(j) \Sigma_e^{-1} \right] \quad (15)$$

Donde $\Sigma_e(j)$ y Σ_e son, respectivamente, las matrices de varianzas y covarianzas cruzadas de los residuos evaluadas en los retardos j y cero. Bajo la hipótesis nula de que el vector de residuos es ruido blanco multivariante, $H(h)$ se distribuye como una χ^2 con $k^2(h-p-q)$ grados de libertad. Los valores de este estadístico son 77.51, para $h=12$, y 154.78, para $h=24$ plenamente compatibles con la citada hipótesis nula.

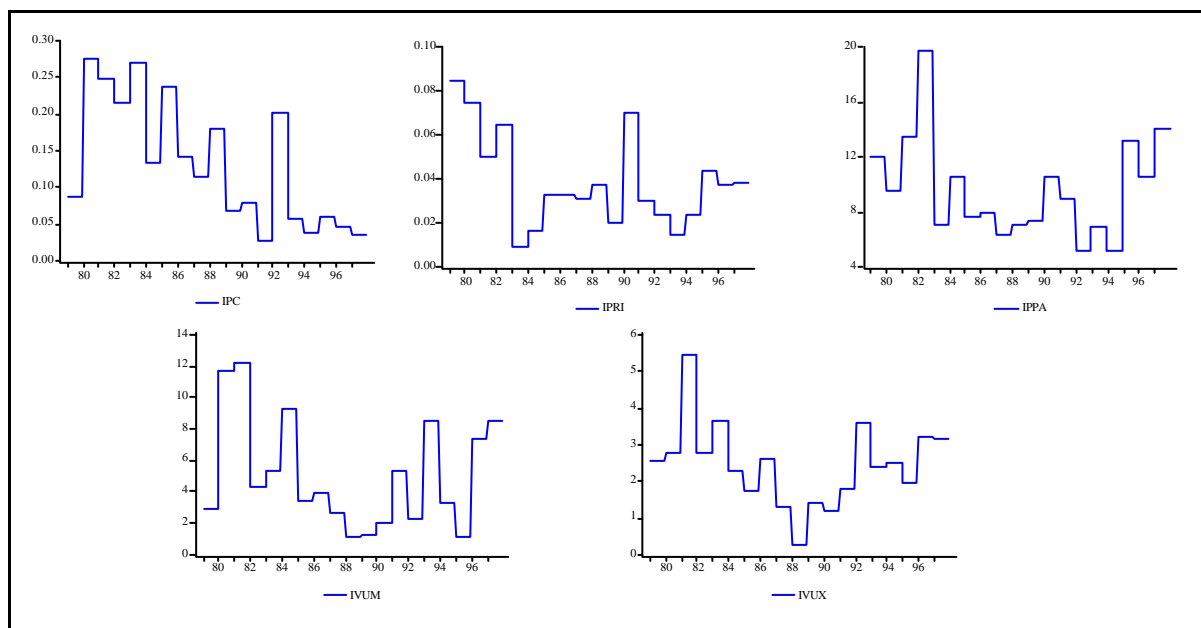
El análisis univariante de los residuos indica la presencia de distribuciones leptocúrticas en grados diversos, así como la ausencia de normalidad en el caso de los residuos del IPC y del IPRI, a tenor de los valores adoptados por el estadístico de Jarque y Bera. Asimismo, hay que añadir una cierta asimetría positiva en el caso del IPRI y negativa en el de IVUM. Finalmente, los valores del t-ratio de la media, $t(\mu)$, no rechazan la hipótesis de que su valor es nulo. La tabla 6 muestra estos resultados.

TABLA 6
CONTRASTES DE NORMALIDAD DE LOS RESIDUOS

	$t(\mu)$	Asimetría	Curtosis	Jarque-bera
IPC	0.09	0.08	3.78	6.22
IPRI	0.13	0.33	4.38	22.87
IPPA	-0.10	0.18	3.27	1.98
IVUX	0.63	0.06	3.63	3.96
IVUM	0.24	-0.24	3.47	4.31

Todos estos fenómenos se deben, principalmente, a la falta de homogeneidad presente en la varianza de las innovaciones. En el gráfico 2 se muestra la varianza de los residuos calculada por tramos anuales, apreciándose su carácter manifiestamente evolutivo, sobre todo en el caso del IPC y del IPRI.

GRÁFICO 2
VARIANZA POR TRAMOS ANUALES DE LOS RESIDUOS DEL MODELO VARMA (2,1)(0,1)₁₂



3.3. Reducción de la dimensión: análisis canónico y factorial estático

Con el fin de alcanzar una comprensión más completa de la información contenida en los modelos multivariantes de series temporales, resulta conveniente realizar distintos análisis orientados a la reducción de la dimensión del sistema. Dichos análisis proporcionan información muy útil acerca de las complejas interacciones dinámicas existentes entre las series y pueden sugerir esquemas simplificados de las mismas que facilitan la interpretación del modelo vectorial.

Siguiendo la propuesta de Tiao *et al.* (1993), se realiza un análisis canónico y otro factorial estático. El primero está orientado a la identificación de estructuras simplificadoras en las series observadas tomando como punto de partida el modelo VARMA que sintetiza sus interacciones dinámicas. El segundo consiste en un análisis factorial estático aplicado a los residuos del modelo VARMA con el propósito de detectar mecanismos subyacentes a las innovaciones que inciden en el sistema. De esta manera, la aplicación conjunta de estas dos técnicas permite simplificar tanto el *input* del sistema (las innovaciones) como su *output* (las series observadas).

La aplicación del análisis canónico expuesto en la sección anterior a las cinco series consideradas en este estudio genera los resultados contenidos en la siguiente tabla:

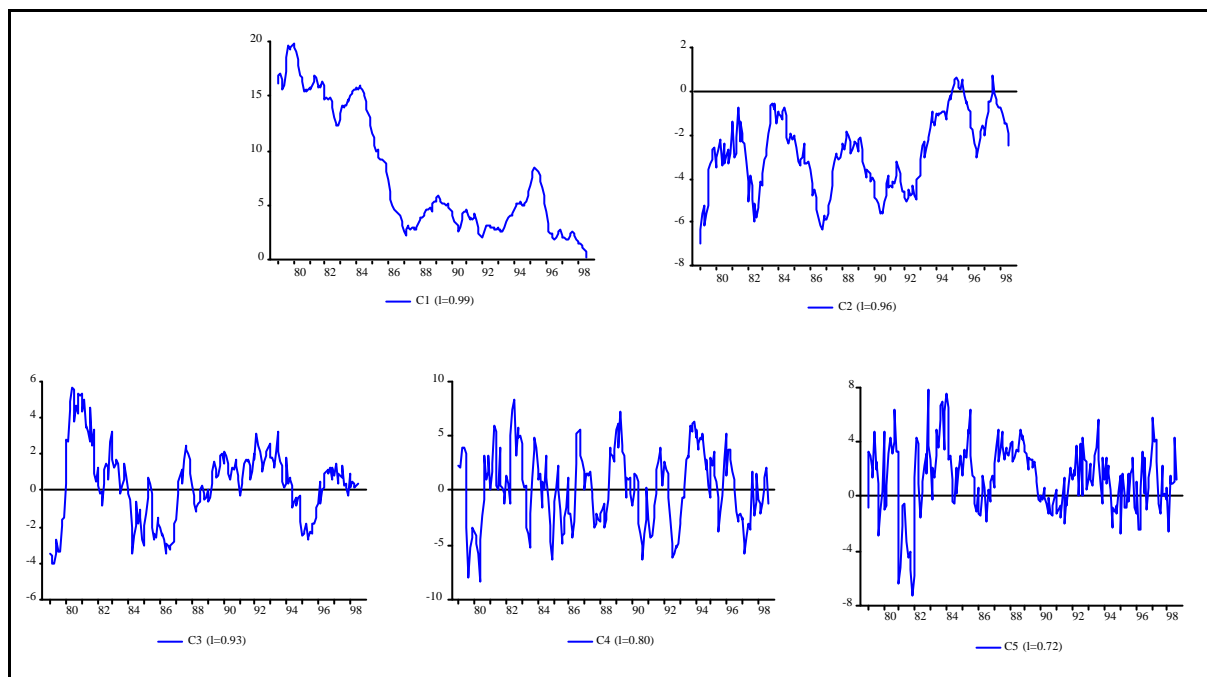
TABLA 7
ANÁLISIS CANÓNICO DEL MODELO VARMA (2,1)(0,1)₁₂

	AUTOVALORES				
	0.9984	0.9625	0.9331	0.7956	0.7156
IPC	0.24	-0.85	0.54	0.24	0.19
IPRI	0.97	0.54	-0.82	-0.84	-0.52
IPPA	-0.01	0.03	-0.03	0.45	-0.09
IVUM	-0.01	0.07	0.19	0.06	-0.21
IVUX	0.00	0.00	0.03	0.15	0.80
ADF	-1.37	-1.93	-2.60	-3.85	-3.74
PP	-1.57	-2.07	-3.07	-4.75	-5.92

En la tabla 7 se presentan los t-ratios de los contrastes de raíces unitarias de Dickey y Fuller (ADF) y de Phillips-Perron (PP), aplicados a los correspondientes componentes canónicos. En este trabajo, el contraste ADF utiliza una regresión auxiliar que incluye una constante y doce términos desfasados. Por su parte, el de PP emplea una corrección no paramétrica robusta frente a autocorrelación y heterocedasticidad. El retardo de truncamiento adoptado es cuatro. Véase Said y Dickey (1984) y Phillips y Perron (1988) para una exposición detallada de ambos contrastes.

El uso de estos contrastes debe ser siempre cuidadoso, véase Schwert (1989), especialmente en el caso de variables transformadas, como es el que aquí se considera. No obstante, combinando la información que éstos proporcionan junto con los propios autovalores del análisis canónico y el examen de la estructura latente del operador VAR del modelo estimado, se puede considerar que existen dos componentes no estacionarios que reflejan las tendencias comunes de las series observadas y tres componentes estacionarios que condensan las relaciones de cointegración presentes en el sistema. En el gráfico 3 se muestran los componentes canónicos.

GRÁFICO 3
COMPONENTES CANÓNICOS



La interpretación de los componentes canónicos no estacionarios es sencilla. El primero, C_1 representa la tendencia común del vector de series analizado, determinada por el comportamiento del IPRI y, en menor medida, del IPC. Las restantes series no juegan un papel significativo en la determinación de esta tendencia. Como se observa en el gráfico 3, su evolución recoge nítidamente el proceso de desinflación experimentado por la economía española así como sus diversas interrupciones temporales.

El segundo componente canónico, C_2 es un diferencial (ponderado) del IPRI respecto al IPC. El comportamiento de esta serie está marcado por una reducción tendencial de su valor absoluto que, dado su lento ritmo temporal, sustenta la noción de dualidad entre precios de consumo e industriales habitualmente considerada por los analistas de la coyuntura como un rasgo característico de la economía española, véase Raymond (1992) y Mauleón y Raymond (1993). Asimismo, las fluctuaciones que experimenta este diferencial son moderadamente procíclicas, a tenor de la correlación positiva (0.4) que registran con las tasas interanuales suavizadas del Índice de Producción Industrial (IPI).

La interpretación de los tres componentes canónicos estacionarios que, por su naturaleza, reflejan relaciones de cointegración, no resulta tan inmediata como en el caso de los no estacionarios. Así, los componentes tercero y cuarto son contrastes (ponderados) respecto al IPRI: IPC e IVUM en el primer caso e IPPA, IPC e IVUX en el segundo. La principal diferencia entre ellos radica en la mayor persistencia del primero y la mayor volatilidad del segundo.

Finalmente, el componente más estacionario del sistema, aparece como una síntesis de los dos diferenciales principales: IPC-IPRI e IVUX-IVUM. De esta manera, esta serie representa la evolución conjunta de los “márgenes” interior y exterior. Debe recalcar que los tres componentes estacionarios exhiben un patrón de elevada persistencia que indica que la velocidad de retorno del

sistema a su senda de evolución tendencial es bastante reducida, esto es, que las desviaciones que se producen en las series respecto a su evolución tendencial son bastante duraderas.

En todos estos componentes la serie más relevante es el IPRI, tanto en la formulación de las tendencias comunes que gobiernan el sistema como en la representación de las diversas relaciones de cointegración que caracterizan, fundamentalmente, el comportamiento de las series en el corto plazo. Este papel sintético contrasta en buena medida con la relevancia que usualmente se concede al IPC en el análisis coyuntural y estructural de la inflación en España.

Una vez examinada la estructura subyacente de las series observadas mediante el análisis canónico, surge la pregunta: ¿es posible reducir la dimensión del proceso generador de las innovaciones?. Para contestar a esta cuestión se ha efectuado un análisis factorial estático de los residuos. Como se observa en la tabla 2, la matriz de correlaciones contemporáneas de los residuos, Γ_{as} presenta dos autovalores dominantes que explican el 57.26 por ciento de la varianza conjunta, apareciendo el fenómeno de sedimentación a partir del tercer autovalor. Este hecho, usualmente, caracteriza la estructura latente del vector de series (Mardia *et al.*, 1979). De esta manera, se ha estimado por el método de los componentes principales un modelo bifactorial. En la tabla siguiente se muestra la matriz de cargas, rotada por el método Varimax-Kaiser, así como las distintas comunalidades.

TABLA 8
ANÁLISIS FACTORIAL ESTÁTICO DE LOS RESIDUOS

CARGAS ROTADAS			
	Factor 1	Factor 2	Comunalidad
IPC	0.81	0.00	0.66
IPRI	0.38	0.55	0.45
IPPA	0.79	0.00	0.62
IVUM	0.00	0.79	0.62
IVUX	-0.13	0.71	0.52
Varianza explicada	28.68%	28.58%	

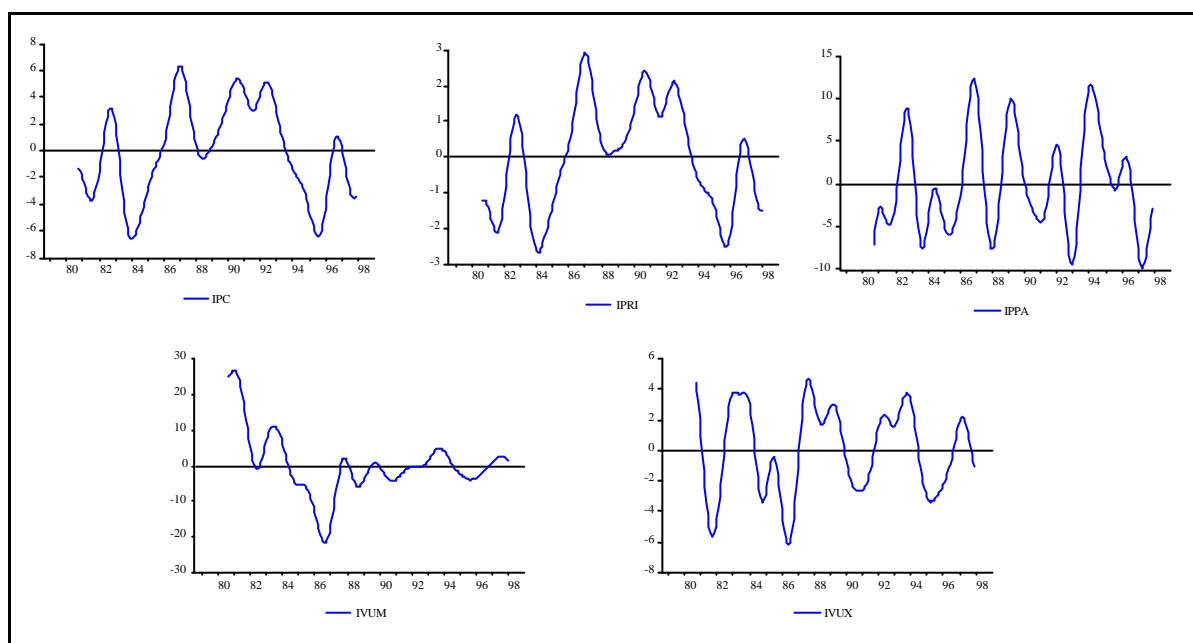
Estos resultados permiten identificar dos fuentes principales e independientes generadoras de los impulsos que inciden en el sistema. Por una parte, se detecta un factor común que afecta principalmente a las innovaciones inflacionarias del IPC y del IPPA. Por otra parte, el segundo factor aparece vinculado a los dos IVU. En consecuencia, se puede considerar que dichos factores recogen los *shocks* internos y externos, respectivamente. De nuevo, destaca el IPRI por su carácter sintético, ya que sus innovaciones dependen de ambos factores, especialmente del segundo. Este hecho refuerza la noción de dualidad antes comentada entre precios de consumo e industriales, al estar estos últimos vinculados con los condicionantes nominales externos de la economía española, propios de mercados de tamaño superior y, debido a su dimensión, con grados de competencia igualmente superiores.

3.4. Factorización del operador VAR: descomposición en elementos permanentes y transitorios

El modelo VARMA identificado y estimado, junto con el correspondiente análisis canónico, permite estimar los componentes cíclicos de las series consideradas. Como ya se ha explicado, dichos componentes se obtienen por medio de una diferenciación multivariante generalizada y representan desviaciones transitorias respecto a los factores tendenciales no estacionarios comunes.

En el gráfico 4 se muestran los componentes cíclicos así estimados. Dada la naturaleza de la descomposición efectuada, estas señales cíclicas están perturbadas por elementos irregulares, por lo que es preciso realizar un suavizado con el fin de apreciar correctamente su señal. Concretamente, se ha empleado un filtro autorregresivo de orden cinco diseñado desde el dominio de la frecuencia, siguiendo la propuesta de Melis (1991, 1993).

**GRÁFICO 4
COMPONENTES CÍCLICOS**



Debe señalarse que la descomposición obtenida para el IVU de las importaciones de bienes no es completamente satisfactoria, ya que se retiene una considerable cantidad de información de tipo tendencial. Este hecho puede deberse a una insuficiente identificación de esta serie con los factores comunes no estacionarios estimados, por lo que los resultados obtenidos con ella deben ser valorados con gran cautela. En la siguiente tabla se presentan algunas medidas descriptivas.

**TABLA 9
VOLATILIDAD Y CO-MOVIMIENTOS CÍCLICOS**

CORR [IPC(t), Z _i (t+h)]										
			h							
		σ_i	σ_i/σ_{IPC}	-24	-12	-6	0	6	12	24
IPC	3.52	1.00	0.05	0.35	0.76	1.00	0.76	0.35	0.05	
IPRI	1.50	0.43	0.08	0.32	0.70	0.98	0.80	0.39	0.03	
IPPA	5.76	1.63	-0.14	-0.09	0.23	0.24	-0.05	-0.07	0.27	
IVUM	8.76	2.49	-0.23	-0.38	-0.52	-0.37	-0.03	0.16	0.15	
IVUX	2.83	0.80	-0.01	-0.42	-0.29	0.10	0.41	0.44	0.24	

Destaca, en primer lugar, la elevada conformidad entre los ciclos del IPC y los del IPRI. Por otra parte, el IPPA presenta una relación mucho menos intensa, con un adelanto de tres meses respecto al ciclo del IPC. Finalmente, la relación cíclica entre el IPC y los dos IVU resulta especialmente difícil de caracterizar debido a la falta de homogeneidad existente en la misma en el caso de IVUX y por la tendencia adicional presente en IVUM.

La relación dinámica existente entre el ciclo del IPC y el de los restantes indicadores también puede examinarse a partir de los desfases entre los puntos de giro (máximos y mínimos cíclicos) de cada par de series. La determinación de los puntos de giro es realizada por el programa < F >, aplicando una serie de rutinas de detección de máximos y mínimos locales sujetos a restricciones. El cálculo de los desfases entre dichos puntos de giro es efectuado por el programa < G > estableciendo una correspondencia entre los puntos de giro de ambas series mediante un criterio de distancia mínima. Véase Abad y Quilis (1997) para una descripción de ambos programas.

La siguiente tabla detalla los desfases (en meses) entre el IPC (tomado como serie de referencia) y las restantes series. Valores negativos (positivos) denotan adelanto (retraso) y un asterisco (*) indica ausencia de correspondencia bidireccional entre los puntos de giro.

TABLA 10
DEFASES ENTRE LOS PUNTOS DE GIRO DEL IPC Y DE LAS RESTANTES SERIES

MÁXIMOS							Mediana	Rango Intercuartílico
	82.10	87.01	90.08	92.05	96.10			
IPRI	0	0	1	2	1		1	1.5
IPPA	-1	-2	-17	-4	-6		-4	10
IVUM	9	10	-10	16	9		9	13.5
IVUX	17	8	-17	0	5		5	21
MINIMOS								
	81.07	84.01	88.06	91.07	95.08	97.10		
IPRI	0	1	0	2	2	*	2	2
IPPA	2	-4	-5	-6	0	-6	-4.5	6
IVUM	11	*	3	-8	1	*	2	10.5
IVUX	2	10	1	-8	-4	*	1	12

Del análisis de la tabla anterior se desprenden los siguientes extremos:

1. El IPRI muestra una cronología cíclica conforme y coincidente con la del IPC, mostrando la distribución de desfases una dispersión muy reducida.
2. Los puntos de giro del IPPA exhiben un patrón sistemático de adelanto respecto a los del IPC. Su utilidad como predictor del ciclo del IPC se ve ensombrecida por la amplitud que muestra la distribución de los desfases y por cierta tendencia a generar falsas señales de cambio de fase cíclica.
3. La relación obtenida con el IVU de los bienes exportados es poco fiable debido a la elevada dispersión e inestabilidad de los desfases.
4. La imperfecta señal cíclica de IVUM junto con la dispersión de los desfases, hace que su papel como indicador de las fluctuaciones del IPC sea poco relevante.

4. CONCLUSIONES

El análisis multivariante realizado sobre cinco indicadores del estado inflacionario de la economía española revela una serie de características principales que se resumen a continuación.

El esquema de movimientos conjuntos entre las cinco series puede ser representado por medio de dos tendencias comunes y tres relaciones de cointegración. Las primeras condensan el patrón no estacionario de los indicadores y se articulan en torno al IPRI y al IPC. Entre otras cosas, estos resultados avalan la noción de dualidad entre precios industriales y finales. En consecuencia, la evolución a largo plazo aparece dominada por factores de carácter interno.

Las relaciones de cointegración pueden interpretarse como diferenciales de distinta clase, jugando el IPRI un destacado papel en todos ellos. Estos diferenciales son estacionarios aunque muy persistentes, lo que puede describirse como un proceso de ajuste gradual de los precios relativos.

Por lo que se refiere a las innovaciones que inciden en el sistema destaca, en primer lugar, el carácter no homogéneo de las mismas debido a su varianza evolutiva. En especial, hay que señalar la menor volatilidad de las que registran el IPC y el IPRI a medida que transcurre el intervalo muestral. En segundo lugar, es posible reducir la dimensión del proceso que gobierna las innovaciones al detectarse dos factores ortogonales subyacentes que reflejan impulsos de carácter interno y externo. Esta nítida distinción en los orígenes de los *shocks* complementa de una manera muy significativa la descomposición antes señalada de las series realizada por medio del análisis canónico.

A partir de la factorización del operador VAR se obtienen los componentes transitorios o cíclicos de las series objeto de estudio. Tomando como referencia el ciclo del IPC, destaca la elevada conformidad que muestra el IPRI, el adelanto un tanto volátil del IPPA y la ausencia de una relación clara con los dos IVU.

REFERENCIAS

- ABAD, A. y QUILIS, E.M. (1997) "Programas de análisis cíclico: <F> , <G> y <FDESC>. Manual del usuario", Instituto Nacional de Estadística, Documento Interno.
- ALVAREZ, L.J. y MATEA, M. LI. (1997) "Medidas del proceso inflacionista", en Servicio de Estudios del Banco de España, *La política monetaria y la inflación en España*, Alianza Editorial, Madrid, España.
- AYUSO, J., KAMINSKY, G.L. y LÓPEZ-SALIDO, D. (1998) "A switching-regime model for the Spanish inflation: 1962-1997", Banco de España, Documento de Trabajo, n.º 9814.
- AKAIKE, H. (1976) "Canonical correlation of time series and the use of an information criterion", en Mehra, R.K. y Lainiotis, D.G. (Eds.) *Systems identification: advances and case studies*, Academic Press, New York, U.S.A.
- BEWLEY, R., ORDEN, D., YANG, M. y FISHER, L.A. (1994) "Comparison of Box-Tiao and Johansen canonical estimators for cointegrating vectors in VEC(1) models", *Journal of Econometrics*, n.º 64, páginas 3-27.
- BEWLEY, R. y YANG, M. (1995) "Tests for cointegration based on canonical correlation analysis", *Journal of the American Statistical Association*, vol. 90, n.º 431, págs. 990-996.
- BOX, G.E.P. y JENKINS, G.M. (1976) *Time series analysis, forecasting and control*, Holden Day, San Francisco, U.S.A.
- BOX, G.E.P. y TIAO, G.C. (1977) "A canonical analysis of multiple time series", *Biometrika*, vol. 64, 2, páginas 355-365.
- CABRERO, A. y DELRIEU, J.C. (1996) "Elaboración de un índice para predecir la inflación en España", Banco de España, Documento de Trabajo, n.º 9619.
- CANCELO, J.R. (1989) "Análisis de series temporales de índices de precios percibidos y coyuntura agraria", *Investigación Agraria*, vol. 4, n.º 1, págs. 109-127.
- CANO, V.J., MARTÍN, F.J. y CÁCERES, J.J.(1991) "Utilización de una medida de distancia entre modelos ARIMA. Una aplicación a los índices de precios percibidos por los agricultores", Universidad de la Laguna, Documento de Trabajo n.º 24.

- CARMENA, A. (1996) "Aportación de los índices de valores unitarios para medir el comercio exterior en términos reales", *Información Comercial Española*, n.º 752, págs. 9-17.
- COOPER, D.M. y WOOD, E.F. (1982) "Identifying multivariate time series models", *Journal of Time Series Analysis*, n.º 3, págs. 153-164.
- ESPASA, A., MANZANO, M.C., MATEA, M. LL. y CATASÚS, V. (1987) "La inflación subyacente en la economía española: inflación y metodología", Banco de España, *Boletín Económico*, marzo, págs. 32-51.
- FERNÁNDEZ, F.J. y VIRTO, J. (1996) "Un indicador adelantado de la inflación en España", *Revista Española de Economía*, vol. 13, n.º 1, págs. 121-140.
- GÓMEZ, V. y MARAVALL, A. (1996) "Programs TRAMO and SEATS", Banco de España, Documento de Trabajo n.º 9628.
- HILLMER, S.C. y TIAO, G.C. (1979) "Likelihood function of stationary multiple autoregressive moving average models", *Journal of the American Statistical Association*, vol. 74, págs. 652-660.
- HOSKING, J.R.M. (1980) "The multivariate portmanteau statistic", *Journal of the American Statistical Association*, vol. 75, págs. 602-608.
- JOHANSEN, S. (1988) "Statistical analysis of cointegrating vectors", *Journal of Economic Dynamics and Control*, n.º 12, págs. 143-159.
- LIU, L.M. y HUDAK, G.B. (1995) *The SCA Statistical System. Vector ARMA modeling of multiple time series*, SCA Corp., Oak Ridge, Illinois, U.S.A.
- LÜTKEPOHL, H. (1991) *Introduction to multiple time series analysis*, Springer Verlag, Berlín, Alemania.
- MAULEÓN, I. y RAYMOND, J.L. (1993) "Inflation in Spain: a two sector model approach", Fundación Empresa Pública, Documento de Trabajo n.º 9304.
- MARDIA, K.V., KENT, J.T. y BIBBY, J.M. (1979) *Multivariate analysis*, Chapman and Hall, New York, U.S.A.
- MATEA, M. LL. (1989) "Funciones de transferencia simultáneas del índice de precios al consumo de bienes elaborados no energéticos", Banco de España, Documento de Trabajo n.º 8901
- (1993) "Análisis de la inflación en España", en Espasa, A. y Cancelo, J.R. *Métodos cuantitativos para el análisis de la coyuntura económica*, Alianza Editorial, Madrid, España.
- MATEA, M. LL. y REGIL, A.V. (1996) "Indicadores de inflación a corto plazo", Banco de España, Documento de Trabajo n.º 9621.
- MATHWORKS (1998) *Matlab V. 5.11*, Natick, Massachusetts, U.S.A.
- MELIS, F. (1991) "La estimación del ritmo de variación en series económicas", *Estadística Española*, número 126, págs. 7-56
- (1992) "Agregación temporal y solapamiento o aliasing", *Estadística Española*, n.º 130, págs. 309-346.

- PEÑA, D. (1990) "Cointegración y reducción de dimensionalidad en series temporales multivariantes", *Cuadernos Económicos de ICE*, n.º 44, págs. 109-126.
- PEÑA, A. y AGUADO, M.J. (1994) "Nueva metodología para la elaboración de índices de valor unitario de importaciones y exportaciones", Ministerio de Economía y Hacienda, Documento Interno.
- PHILLIPS, P.C.B. y P. PERRON (1988) "Testing for a unit root in time series regression," *Biometrika*, volumen 75, págs. 335-346.
- QUILIS, E.M., FERNÁNDEZ, A. y ROMERO, L. (1992) "Clasificación de estructuras dinámicas: aplicación a los índices de producción industriales", Instituto Nacional de Estadística, *Boletín Trimestral de Coyuntura*, n.º 45, págs. 37-53.
- QUILIS, E.M. (1994) "Medida de la inflación subyacente: un análisis factorial dinámico", *Información Comercial Española*, n.º 729, págs. 101-109.
- RAY, B.K. y TSAY, R.S. (1997) "Identifying common long-range dependence in a vector time series", University of Chicago, Graduate School of Business, Working Paper.
- RAYMOND, J.L. (1992) "La inflación dual en España", *Papeles de Economía Española*, n.º 52-53, págs. 46-66.
- REINSEL, G. (1993) *Elements of multivariate time series analysis*, Springer Verlag, New York, U.S.A.
- SAID, S.E. y DICKEY, D.A. (1984) "Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order", *Biometrika*, vol. 71, págs. 599-607.
- SAS (1991) *SAS/STA. User's Guide*, SAS Institute, Cary, North Carolina, U.S.A.
- SCHWERT, G.W. (1989) "Tests for unit roots: a Monte Carlo investigation", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 7, n.º 2, págs. 147-159.
- STENSHOLT, E. y TJOSTHEIM, D. (1981) "Factorizing multivariate time series operators", *Journal of Multivariate Analysis*, vol. 11, págs. 244-249.
- TIAO, G.C., BOX, G.E.P., GRUPE, M.R., HUDAK, G.B., BELL, W.R. y CHANG, I. (1979) "The Wisconsin Multiple Time Series program (WMTS). A preliminary guide", Department of Statistics, University of Wisconsin, Madison, U.S.A.
- TIAO, G.C. y BOX, G.E.P. (1981) "Modeling multiple time series with applications", *Journal of the American Statistical Association*, vol. 76, págs. 802-816.
- TIAO, G.C. y TSAY, R.S. (1983) "Multiple time series and extended sample cross-correlations", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 1, págs. 43-56.
- (1985) "A canonical correlation approach to modeling multivariate time series", *American Statistical Association, Papers and Proceedings*, págs. 112-120.
- (1989) "Model specification in multivariate time series", *Journal of the Royal Statistical Society, series B*, vol. 51, págs. 157-213.

- TIAO, G.C., TSAY, R.S y WANG, T. (1993) "Usefulness of linear transformations in multivariate time series analysis", *Empirical Economics*, vol.18, págs. 567-593.
- TJOSTHEIM, D. y PAULSEN, J. (1982) "Empirical identification of multiple time series", *Journal of Time Series Analysis*, vol. 3, págs. 265-282.
- TSAY, R.S. y TIAO, G.C. (1985) "Use of canonical analysis in time series model identification", *Biometrika*, vol. 72, págs. 299-315.
- TSAY, R.S. (1989a) "Identifying multivariate time series models", *Journal of Time Series Analysis*, número 10, págs. 357-372.
- (1989b) "Parsimonious parameterization of vector autoregressive moving average models", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 7, págs. 327-341.