

LA CLASE BETA DE MEDIDAS DE DESIGUALDAD^(*)

*Autores: Luis José Imedio Olmedo
Elena Bárcena Martín
Encarnación M. Parrado Gallardo*

P. T. N.º 11/09

(*) Este trabajo está basado en los resultados obtenidos en el Proyecto “Una clase de medidas de desigualdad” financiado por el Instituto de Estudios Fiscales.

Dpto. Estadística y Econometría. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad de Málaga.

La correspondencia debe dirigirse a: Luis José Imedio Olmedo. Dpto. Estadística y Econometría (68). Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Campus El Ejido s/n. Universidad de Málaga. 29013. Málaga. Telf. 952131203. e-mail: imedio@uma.es

N.B.: Las opiniones expresadas en este trabajo son de la exclusiva responsabilidad de los autores, pudiendo no coincidir con las del Instituto de Estudios Fiscales.

Desde el año 1998, la colección de Papeles de Trabajo del Instituto de Estudios Fiscales está disponible en versión electrónica, en la dirección: ><http://www.minhac.es/ief/principal.htm>.

Edita: Instituto de Estudios Fiscales

N.I.P.O.: 602-09-006-9

I.S.S.N.: 1578-0252

Depósito Legal: M-23772-2001

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN
 2. MARCO DE ANÁLISIS. LAS CURVAS DE LORENZ Y DE BONFERRONI
 3. LA CLASE β DE MEDIDAS DE DESIGUALDAD
 - 3.1. Identificación de índices y de familias ya conocidas
 - 3.2. La subclase β_N
 4. FUNDAMENTACIÓN NORMATIVA. DISTRIBUCIÓN DE PREFERENCIAS
 - 4.1. Distribuciones de preferencias de los elementos de β_N
 5. PRINCIPIOS DE TRANSFERENCIAS
 6. ILUSTRACIÓN EMPÍRICA
 7. CONCLUSIONES
- REFERENCIAS
- SÍNTESIS. Principales implicaciones de política económica

RESUMEN

En este trabajo se introduce y analiza, desde el punto de vista estadístico y normativo, una clase de medidas de desigualdad. Esta clase generaliza y engloba, como casos particulares, diferentes familias de índices ya conocidas en la literatura. Sus elementos se construyen ponderando la desigualdad local evaluada mediante la curva de Bonferroni. Se utilizan como pesos las funciones de densidad de las distribuciones beta sobre $[0, 1]$. Como consecuencia de los diferentes esquemas de ponderación asociados a los índices, en ellos subyacen juicios de valor muy dispares en la medición de la desigualdad y del bienestar. De hecho, en esta clase de índices es posible seleccionar elementos que centren su atención en un tramo determinado de la escala de rentas.

Palabras clave: curva de Bonferroni, curva de Lorenz, función beta, aversión a la desigualdad, transferencias.

Clasificación JEL: C10, D31, I38.

ABSTRACT

This paper introduces and analyses, both normatively and statistically, a class of inequality measures. This class generalizes and comprises different well-known families of inequality measures as particular cases. The elements of this new class are obtained by weighting local inequality evaluated through the Bonferroni curve. The weights are the density functions of the beta distributions over $[0, 1]$. As a consequence of the different weighting schemes attached to the indexes, the elements of the class introduce very dissimilar value judgements in the measurement of inequality and welfare. In this class of inequality measures is possible to select elements that focus on a particular part of the income distribution.

Key words: Bonferroni curve, Lorenz curve, beta function, inequality aversion, transfers.

Classification JEL: C10, D31, I38.

I. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se introduce y analiza una clase de medidas de desigualdad, cuyos elementos pueden expresarse como medias ponderadas de la desigualdad local existente en cada percentil de renta. Se utilizan como ponderaciones las funciones de densidad de las distribuciones beta sobre $[0, 1]$, dependientes de dos parámetros reales positivos. Al variar estos parámetros se obtiene un conjunto de pesos que generan actitudes muy diferentes en la valoración de la desigualdad y del bienestar asociados a una distribución de rentas. Ello da lugar a familias de índices que presentan propiedades comunes y un claro paralelismo formal, pero que al mismo tiempo difieren y se complementan en el aspecto normativo.

A esta clase pertenecen índices de uso habitual, como los de Gini (1912) y Bonferroni (1930) e incluye, como casos particulares, familias ya conocidas en la literatura, como los Gini generalizados (Kakwani (1980), Yitzhaki (1983)) o las propuestas más recientemente en Aaberge (2000, 2007) e Imedio y otros (2008). En los índices de las familias citadas las ponderaciones de la desigualdad local tienen un comportamiento monótono a lo largo de la distribución, de manera que asignan el mayor peso a uno de sus extremos. En la clase que proponemos las ponderaciones no son, necesariamente, monótonas. Pueden alcanzar su valor máximo o mínimo en cualquier percentil. Ello permite seleccionar medidas de desigualdad que sean más o menos sensibles a los cambios que se puedan producir en cualquier tramo de la distribución. Esta posibilidad de elección es, a nuestro juicio, una de las ventajas de nuestra propuesta.

Los aspectos normativos se estudian utilizando el enfoque de Yaari (1987, 1988), basado en la consideración de las distribuciones de preferencias sociales. Este enfoque para relacionar desigualdad y bienestar es más general que el clásico AKS (Atkinson (1970), Kolm (1976), Sen (1973)), y facilita la comparación del grado de aversión a la desigualdad¹, o preferencia por la igualdad, que incorporan los índices y, en algunos casos, permite su ordenación según este criterio. A la clase propuesta pertenecen familias cuyos elementos presentan una aversión creciente (resp. decreciente) a la desigualdad que tiende hacia la aversión máxima o *leximin rawlsiano*² (resp. indiferencia). Las distribuciones de preferencias facilitan también el análisis del comportamiento de los índices respecto a

¹ Un índice presenta aversión a la desigualdad si verifica el Principio de Transferencias de Pigou-Dalton. Es decir, si tiene lugar una transferencia de renta desde un individuo hacia otro más pobre, sin que varíe la ordenación relativa entre ambos (transferencia progresiva), el valor del índice disminuye.

² Centra su interés en la situación de los individuos con menor nivel de renta. Entre dos distribuciones prefiere aquella cuya renta mínima es mayor o, en caso de igualdad, aquella en que la renta mínima presente menor frecuencia. Este enfoque deriva de la teoría sobre la justicia social defendida por Rawls (1971).

principios de transferencias más exigentes que el de Pigou-Dalton (PTPD), como el Principio de Sensibilidad Posicional de las Transferencias (PSPT) o el Principio de Transferencias Decrecientes (PTD). Ambos se refieren a la sensibilidad de los índices en relación al tramo de la distribución en que tenga lugar una transferencia progresiva de renta entre dos individuos.

Utilizando como fuente la Encuesta de Condiciones de Vida (ECV) para el año 2006 para España, se incluye una ilustración empírica de las diferentes respuestas de los índices y de sus correspondientes funciones de bienestar social a los cambios que puedan producirse en la distribución, según el rango de rentas en el que ese cambio tenga mayor incidencia.

2. MARCO DE ANÁLISIS. LAS CURVAS DE LORENZ Y DE BONFERRONI

La renta está representada por la variable aleatoria X , cuyo dominio es la semirrecta real positiva, $R^+ = [0, \infty)$, F su función de distribución³ y $\mu = E(X) = \int_0^{\infty} x dF(x) < \infty$ su renta media. La curva de Lorenz de $F, L(\cdot)$, se define mediante:

$$L : [0, 1] \rightarrow [0, 1], \quad L(p) = \frac{1}{\mu} \int_0^x s dF(s) = \frac{1}{\mu} \int_0^p F^{-1}(t) dt, \quad 0 \leq p \leq 1,$$

siendo $F^{-1}(\cdot)$ la inversa por la izquierda de F , $F^{-1}(0) = 0$. Para cada $p = F(x)$, $L(p)$ es la proporción del volumen total de renta que acumula el conjunto de unidades con renta menor o igual que x . Es evidente que $L(p) \leq p$, $0 \leq p \leq 1$. En caso de equidistribución es $L(p) = p$, mientras que si la concentración es máxima, $L(p) = 0$ si $0 \leq p < 1$ y $L(1) = 1$. Para cualquier distribución, X , la curva de Lorenz es creciente, convexa y, dada la renta media, la función de densidad de X se obtiene a partir de la curvatura de $L(p)$. Por lo tanto, $L(p)$ caracteriza la distribución, fijada μ .

Una sencilla transformación de la curva de Lorenz da lugar a una interpretación alternativa de la información contenida en ella. Bonferroni (1930), al definir su índice de desigualdad, considera la curva⁴:

³ En ocasiones, para facilitar la obtención de resultados teóricos, se supondrá la continuidad de F . En tal caso, $f(x) = F'(x)$ es la función de densidad de la distribución.

⁴ En la siguiente expresión, si la renta mínima es $x_0 > 0$, entonces $B(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (L(p)/p) = L'(0^+) = x_0 / \mu$.

$$B : [0, 1] \rightarrow [0, 1], B(p) = \begin{cases} \frac{L(p)}{p}, & 0 < p \leq 1, \\ 0, & p = 0. \end{cases}$$

Se verifica $B(p) \leq 1$, $0 \leq p \leq 1$. Para una distribución igualitaria se tiene que $B(p) = 1$, $0 \leq p \leq 1$, mientras que cuando la concentración es máxima, $B(p) = 0$ si $0 \leq p < 1$ y $B(1) = 1$. La función $B(p)$ se conoce en la literatura como curva de Bonferroni o curva de medias condicionadas relativas, ya que

$$B(p) = \frac{E(X|X \leq x)}{\mu}, \quad 0 < p = F(x) \leq 1, \quad B(0) = 0.$$

Es decir, si $p = F(x)$ es la proporción de población cuya renta es menor o igual que x , $B(p)$ es el cociente entre la renta media de ese grupo y la media de la población.

La curva de Bonferroni, al igual que la de Lorenz, proporciona una representación gráfica de la desigualdad y aunque cada una de estas curvas queda determinada por la otra, la información que ofrecen es diferente. Los valores de $L(p)$ son participaciones en la renta total, mientras que los de $B(p)$ se refieren a niveles relativos de renta.

La forma de $B(p)$ depende de las características de la distribución subyacente, F . Se verifica:

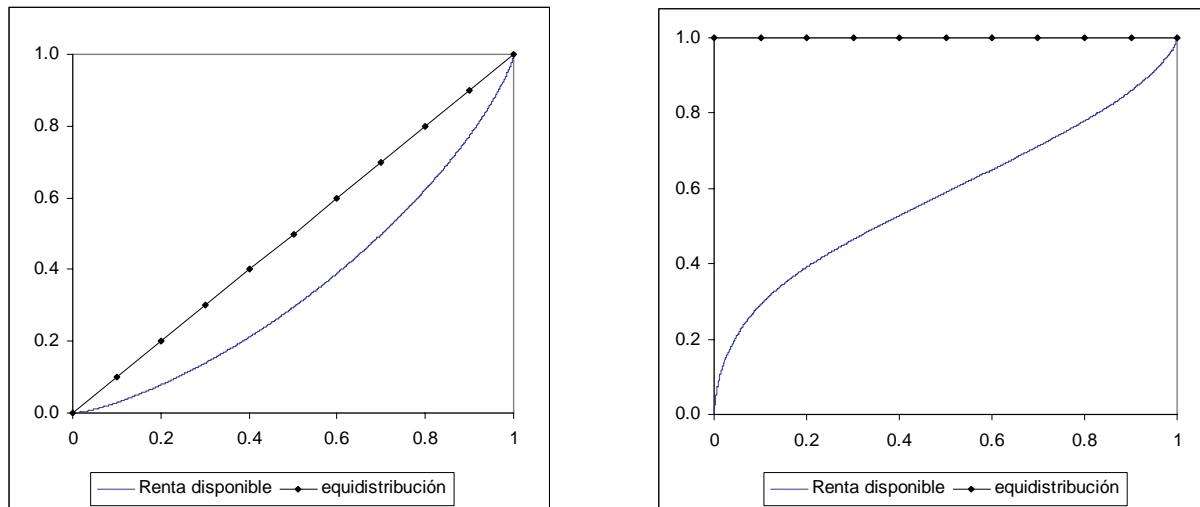
$$B'(p) = \frac{1}{\mu p^2} \int_0^p \frac{t dt}{f(F^{-1}(t))} > 0, \quad B''(p) = -\frac{1}{\mu p^3} \int_0^p \frac{t^2 f'(F^{-1}(t)) dt}{(f(F^{-1}(t)))^3},$$

siempre que $\lim_{p \rightarrow 0^+} (p^2 / f(F^{-1}(p))) = 0$. Por lo tanto, $B(p)$ es creciente pero su

comportamiento en cuanto a concavidad/convexidad depende del que presente F , como se deduce de la expresión de su derivada segunda. Si F es convexa (cóncava), en cuyo caso f es creciente (decreciente) y la mayoría de la población tiene rentas altas (bajas), $B(p)$ es cóncava (convexa). Si en una distribución la función de densidad, f , es campaniforme y asimétrica a la derecha, F es convexa/cóncava y $B(p)$ es cóncava/convexa. Cuando la función de distribución es cóncava/convexa, las rentas más bajas y las más altas son las más frecuentes, existiendo una tendencia hacia la polarización, en cuyo caso $B(p)$ es convexa/cóncava. Es decir, la forma de la curva de Bonferroni, a diferencia de lo que sucede con la curva de Lorenz, proporciona información sobre la distribución asociada.

En el gráfico I se representan las curvas $L(p)$ y $B(p)$ asociadas a la distribución de la renta disponible en España, utilizando los datos de la Encuesta de Condiciones de Vida (ECV, 2006).

Gráfico I
CURVAS DE LORENZ Y DE BONFERRONI



Fuente: Elaboración propia a partir de la ECV 2006.

Como se aprecia en el gráfico anterior, la curva $B(p)$ es inicialmente cóncava y a continuación convexa a partir de un valor de p menor que 0,4. Ello indica que la distribución correspondiente presenta una densidad campaniforme con asimetría positiva.

Cuando cada una de las curvas anteriores se compara, en un percentil $x = F^{-1}(p)$, $0 \leq p \leq 1$, con su correspondiente en caso de equidistribución, se obtiene una valoración de la desigualdad acumulada hasta ese percentil. Si la curva utilizada es la de Lorenz

$$D_L(p) = p - L(p), \quad 0 \leq p = F(x) \leq 1, \quad [1]$$

es la diferencia entre la participación que tendría el conjunto de individuos con renta menor o igual que x , en el volumen total de renta, si la distribución fuese igualitaria, y su participación real en la distribución considerada. $D_L(p)$ toma valores entre 0 y 1, es creciente en $(0, F(\mu))$, decreciente en $(F(\mu), 1)$ y presenta su máximo en $F(\mu)$, siendo $D_L(F(\mu)) = F(\mu) - L(F(\mu))$ el llamado coeficiente de Schutz⁵.

Si se utiliza la curva de Bonferroni, la función

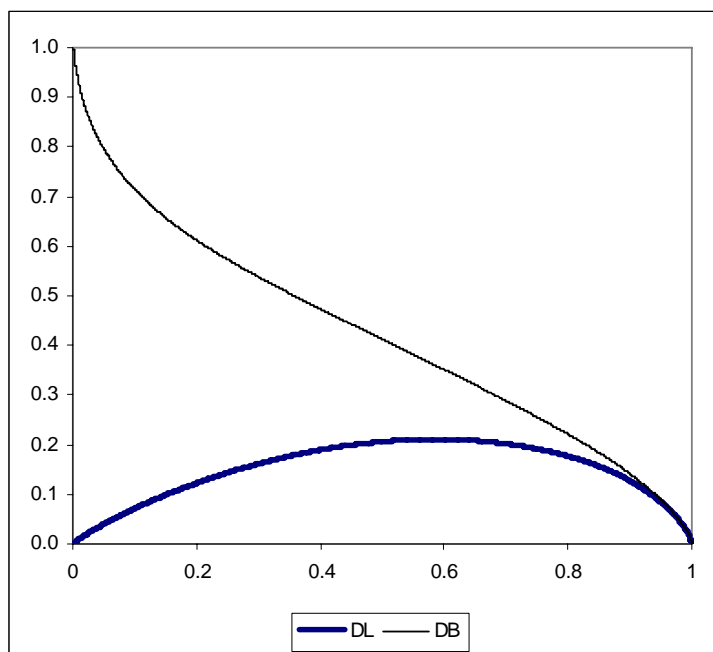
$$D_B(p) = 1 - B(p) = \frac{\mu - E(X|X \leq x)}{\mu}, \quad 0 \leq p = F(x) \leq 1, \quad [2]$$

⁵ Es un índice relativo de desigualdad, igual a la mitad de la desviación absoluta media de la distribución. Mide la proporción de la renta total que tendría que ser transferida desde las rentas situadas por encima de la media a las situadas por debajo de la misma, para obtener un reparto igualitario.

mide la diferencia relativa entre la renta media de la población y la renta media de quienes están situados por debajo del nivel de renta x . Es una función decreciente en $[0, 1]$ cuyos valores están comprendidos entre 0 y $1 - x_0 / \mu$.

En el gráfico 2 se representan las funciones D_L y D_B para la distribución de la renta disponible en España, ECV (2006).

Gráfico 2
FUNCIONES D_L Y D_B



Aunque se determinan mutuamente, al seleccionar una de estas curvas para medir la desigualdad local, se introducen juicios de valor al asignar más o menos importancia a la desigualdad existente en los diferentes tramos de la distribución. $D_L(p)$ y $D_B(p)$ valoran en mayor medida la desigualdad local en la parte intermedia y en la cola izquierda de la distribución, respectivamente.

La clase de índices de desigualdad que se introduce en la sección siguiente, principal objetivo de este trabajo, se obtiene ponderando, a lo largo de la distribución, la desigualdad local evaluada mediante la función $D_B(p) = D_L(p)/p$.

3. LA CLASE β DE MEDIDAS DE DESIGUALDAD

Sea $D : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ una función en la que para cada $p \in [0, 1]$, $D(p)$ mide la desigualdad acumulada hasta el percentil p y sea $\omega : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ una función peso, no negativa y tal que $\int_0^1 \omega(p) dp = \int_0^{\infty} \omega(F(x)) dF(x) = 1$. Es evidente que el número real

$$I_{D,\omega} = \int_0^1 D(p)\omega(p)dp$$

mide la desigualdad de la distribución F . Su valor depende de las funciones D y ω , que incorporan, respectivamente, una forma de evaluar la desigualdad local acumulada y un criterio para promediar dicha desigualdad a lo largo de la distribución. Este procedimiento para generar índices de desigualdad subyace, a veces de forma implícita, en los trabajos de Amato (1948), Mehran (1976), Yitzhaki (1983) y Piccolo (1991), entre otros.

En la clase de índices que proponemos la desigualdad local se mide mediante la función $D_B(p) = D_L(p)/p$, definida en [2], y se utilizan como ponderaciones las funciones de densidad de las distribuciones beta en $[0, 1]$. Es decir:

$$\omega_{(s,t)} : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^+, \quad \omega_{(s,t)}(p) = (B(s,t))^{-1} p^{s-1} (1-p)^{t-1}, \quad s > 0, t > 0, \quad [3]$$

siendo $B(s,t)$ la función beta de Euler.

Lo anterior se concreta en las definiciones siguientes.

Definición 1. Para cada $(s,t) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$, el índice $I(s,t)$ viene dado por:

$$I(s,t) = \int_0^1 D_B(p)\omega_{(s,t)}(p)dp = (B(s,t))^{-1} \int_0^1 (1-B(p))p^{s-1}(1-p)^{t-1} dp. \quad [4]$$

Es inmediato que $I(s,t)$ (resp. $\mu I(s,t)$) es una medida relativa (resp. absoluta) de desigualdad, siendo $I(s,t) = 0$ si existe equidistribución e $I(s,t) = 1$ si la concentración es máxima. Es decir, $I(s,t)$ es un índice de compromiso.

Definición 2. Al conjunto biparamétrico $\beta = \{I(s,t)\}_{s,t>0}$, le llamaremos clase beta de medidas de desigualdad.

Los elementos de β son consistentes con la ordenación de distribuciones inducida por la curva de Bonferroni y para $s > 1$ con la inducida por la curva de Lorenz⁶. Cumplen, por lo tanto, el PTPD.

La clase β a través de los pesos $\omega_{(s,t)}$ incorpora un conjunto muy amplio de criterios con relación a la importancia que el evaluador puede asignar a la desigualdad local acumulada en los diferentes tramos de la distribución. Estos criterios son consecuencia de la forma de la función $\omega_{(s,t)}$. Se tiene:

- i) Si $0 < s < 1$, $0 < t < 1$, $\omega_{(s,t)}(p)$ tiene forma de U, siendo simétrica para $s = t$, y alcanza su valor mínimo en $p = (s-1)/(s+t-2)$.
- ii) Si $0 < s < 1$, $t \geq 1$, $\omega_{(s,t)}(p)$ es decreciente y convexa.

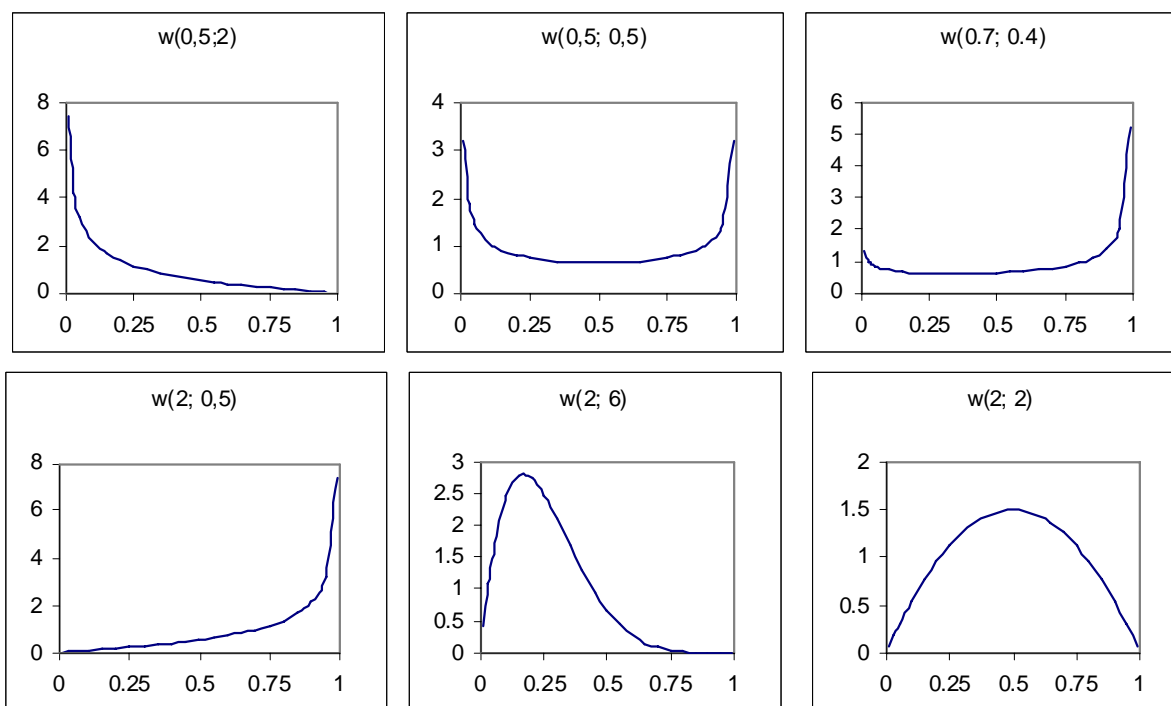
⁶ Si X e Y son dos distribuciones de renta ($B_X(p) \geq B_Y(p)$, $0 \leq p \leq 1$) $\Rightarrow I_X(s,t) \leq I_Y(s,t)$. Análogamente la Lorenz-consistencia: ($L_X(p) \geq L_Y(p)$) $\Rightarrow (I_X(s,t) \leq I_Y(s,t))$.

- iii) Si $s \geq 1$, $0 < t < 1$, $\omega_{(s,t)}(p)$ es creciente y convexa.
- iv) Si $s = 1$ (resp. $t = 1$), $t \geq 1$ (resp. $s \geq 1$), $\omega_{(s,t)}(p)$ es decreciente (resp. creciente), siendo $\omega_{(1,1)}(p) = 1$.
- v) Si $s > 1$, $t > 1$, $\omega_{(s,t)}(p)$ es campaniforme, simétrica si $s = t$, alcanzando en $p = (s - 1)/(s + t - 2)$ su valor máximo.

Por lo tanto, en el caso (i) (resp. (v)) se pondera en menor (resp. mayor) medida la parte intermedia de la distribución, tanto más centrada cuanto mayores y más próximos entre sí sean los valores de s y t , y en mayor (resp. menor) medida sus extremos. En los demás casos, excepto $s = t = 1$, la mayor ponderación se asigna a la desigualdad local existente en una de las colas de la distribución.

En el gráfico 3 se representan las funciones $\omega_{(s,t)}$ para diferentes valores de sus parámetros.

Gráfico 3
FUNCIONES $\omega_{(s,t)}$



Cuando la desigualdad local se mide a partir de las diferencias de Lorenz, $D_L(p) = p - L(p) = pD_B(p)$, una expresión equivalente de los índices es:

$$I(s,t) = (B(s,t))^{-1} \int_0^1 (p - L(p)) p^{s-2} (1-p)^{t-1} dp . \quad [5]$$

Sin embargo, $I(s,t)$ no es realmente una media ponderada de $D_L(p)$ ya que al utilizarse como pesos las funciones

$$\pi_{(s,t)} : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^+, \quad \pi_{(s,t)}(p) = \frac{\omega_{(s,t)}(p)}{p} = (B(s,t))^{-1} p^{s-2} (1-p)^{t-1}, \quad s > 0, t > 0, \quad [6]$$

se tiene $\int_0^1 \pi_{(s,t)}(p) dp = (s+t-1)/(s-1) \neq 1$.

La igualdad [5] prueba que los elementos de β son medidas lineales de Mehran (1976). Pueden expresarse también a partir de las diferencias de renta $F^{-1}(p) - \mu$, $0 \leq p \leq 1$, como

$$l(s,t) = \frac{1}{\mu} \int_0^1 (F^{-1}(p) - \mu) \Pi_{(s,t)}(p) dp,$$

siendo

$$\Pi'_{(s,t)}(p) = \pi_{(s,t)}(p), \quad 0 < p < 1, \quad \int_0^1 \Pi_{(s,t)}(p) dp = 0.$$

La siguiente proposición resume los resultados anteriores.

Proposición 1. La clase β es un subconjunto de las medidas lineales de Mehran, cuyos elementos son índices de compromiso, consistentes con el criterio de ordenación inducido por la curva de Bonferroni y para $s > 1$ son Lorenz-consistentes.

3.1. Identificación de índices y de familias ya conocidas

La clase β contiene no sólo índices conocidos, sino también familias de medidas de desigualdad habituales en la literatura. Para $(s,t) = (1,1)$ y $(s,t) = (2,1)$ se obtienen los coeficientes de Bonferroni y de Gini, respectivamente:

$$l(1,1) = \int_0^1 (1-B(p)) dp = B, \quad [7]$$

$$l(2,1) = 2 \int_0^1 (p-L(p)) dp = G. \quad [8]$$

Para algunos valores particulares de los parámetros de los índices de β se obtienen familias que generalizan, en cierto modo, los índices G y B . Para $s=2$ resulta la familia de los índices de Gini Generalizados, $\gamma = \{l(2,t)\}_{t>0}$, siendo

$$\begin{aligned} l(2,t) &= t(t+1) \int_0^1 (1-B(p)) p (1-p)^{t-1} dp = t(t+1) \int_0^1 (p-L(p)) (1-p)^{t-1} dp = \\ &= 1 - t(t+1) \int_0^1 (1-p)^{t-1} L(p) dp, \quad t > 0. \end{aligned} \quad [9]$$

Si $t = 1$ y $s \in \mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$ es un entero positivo se obtiene la familia numerable $\alpha = \{I(s, 1)\}_{s \in \mathbb{N}}$ definida en Aaberge⁷ (2007). A esta familia pertenecen B y G. Sus elementos se expresan como:

$$I(s, 1) = s \int_0^1 (1 - B(p)) p^{s-1} dp = s \int_0^1 (p - L(p)) p^{s-2} dp = 1 - s \int_0^1 p^{s-2} L(p) dp, s > 0. \quad [10]$$

Otra familia de interés es la que resulta para $s = 1$. Sus elementos son:

$$\begin{aligned} I(1, t) &= t \int_0^1 (1 - B(p))(1 - p)^{t-1} dp = t \int_0^1 (p - L(p)) p^{-1} (1 - p)^{t-1} dp = \\ &= 1 - t \int_0^1 (1 - p)^{t-1} B(p) dp, t > 0. \end{aligned} \quad [11]$$

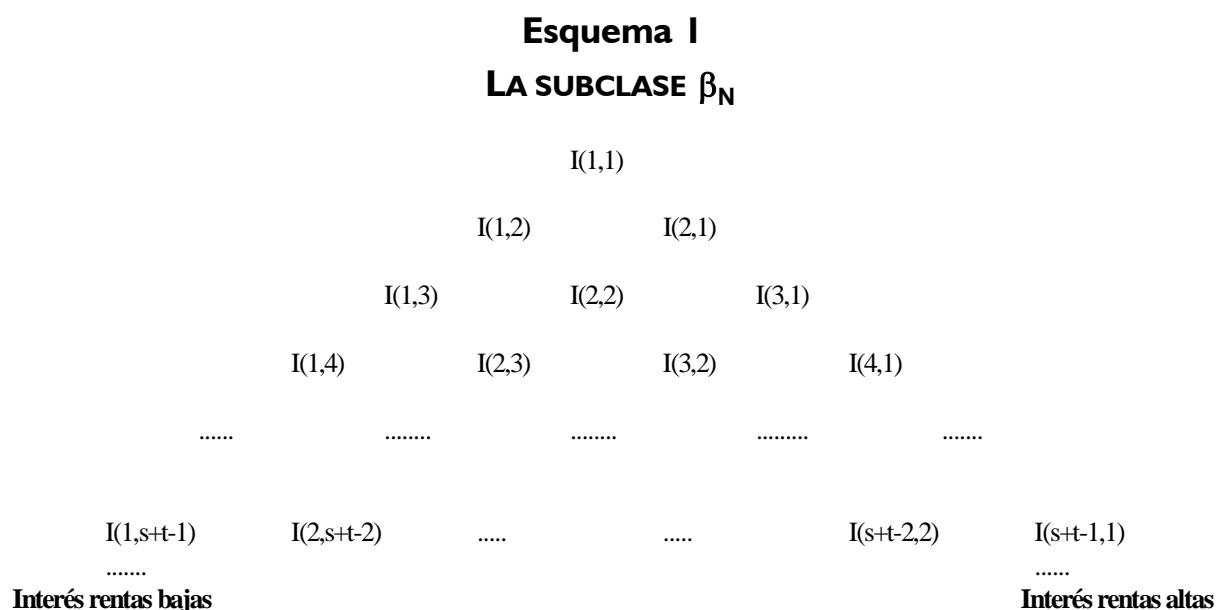
A ella también pertenece B. En Imedio y otros (2008) se introduce y analiza la familia numerable $\delta = \{I(1, t)\}_{t \in \mathbb{N}}$, comparándola desde el punto de vista normativo con α y con $\gamma_{\mathbb{N}} = \{I(2, t)\}_{t \in \mathbb{N}}$, restricción de γ a los valores enteros positivos de su parámetro.

En los índices de las familias α y δ tanto las diferencias $D_B(p)$ como $D_L(p)$ se ponderan de forma monótona a lo largo de la distribución. Lo mismo sucede al obtener los elementos de γ a partir de las diferencias de Lorenz. Sin embargo, al considerar la clase β es posible seleccionar índices cuyo grado de sensibilidad sea más acentuado en un tramo prefijado de la distribución e incluso en un percentil concreto. Por ejemplo, si el evaluador quiere centrar su atención en ambos extremos de la distribución, asignando menos peso a la desigualdad que acumulan las rentas intermedias, debe seleccionar un índice $I(s, t)$ con $(s, t) \in (0, 1) \times (0, 1)$. En este supuesto, al aumentar t (resp. s), fijado el valor de s (resp. t) el valor mínimo de la ponderación se alcanza para valores de p cada vez más próximos a 1 (resp. 0). En particular, si $s = t$ ese mínimo se presenta en $p = 0,5$. Si, por el contrario, el evaluador quiere utilizar un índice más sensible a los cambios que puedan producirse en la parte intermedia de la distribución, debe considerar una medida en la que $(s, t) \in (1, +\infty) \times (1, +\infty)$. Ahora, fijado un valor de s (resp. t) la ponderación máxima se asigna a un punto tanto más próximo a $p = 0$ (resp. $p = 1$) cuanto mayor sea t (resp. s). En particular, si $s = t$ la ponderación es campaniforme y simétrica respecto $p = 0,5$, donde alcanza su valor máximo. Por lo tanto, los parámetros s y t incorporan diferentes posturas en la valoración de la desigualdad.

⁷ En Aaberge (2000) se introduce, a partir de los momentos respecto al origen de la curva de Lorenz, una familia numerable de índices de desigualdad, λ . Los elementos de esta familia son los de α excepto el índice de Bonferroni. Esto es, $\lambda = \alpha - \{B\}$.

3.2. La subclase β_N

Cuando los parámetros s y t son ambos enteros positivos, $(s, t) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, se obtiene el conjunto de índices que designaremos por β_N , $\beta_N \subset \beta$. Aunque el cardinal de β_N es de orden menor⁸ que el de β , el conjunto de criterios que sus elementos incorporan en la evaluación de la desigualdad sigue siendo muy amplio. Entre sus elementos permanecen los índices clásicos, B y G , familias que los generalizan, junto a índices que no son de uso habitual pero que tienen un interés propio. La clase β_N se representa en el siguiente esquema triangular.



El vértice del triángulo es el índice de Bonferroni, $B = I(1,1)$. En el lado derecho figura la familia $\alpha = \{I(s,1)\}_{s \in \mathbb{N}}$. En el lado izquierdo del triángulo cuyo vértice es el coeficiente de Gini, $G = I(2,1)$, están los índices $\gamma_N = \{I(2,t)\}_{t \in \mathbb{N}}$, que son los Gini generalizados con parámetro entero positivo. Los elementos de la familia $\delta = \{I(1,t)\}_{t \in \mathbb{N}}$ se sitúan en el lado izquierdo del triángulo.

Las familias γ_N , α y δ comparten una propiedad interesante, al considerar las curvas $L(p)$ y $B(p)$ como funciones de distribución⁹.

Proposición 2¹⁰. Cada una de las familias γ_N , α y δ caracteriza la distribución de la renta, dada la renta media.

⁸ Se pasa de la clase β , cuyo cardinal es el del conjunto de los números reales, a β_N que es numerable.

⁹ Ambas curvas tienen carácter acumulativo, son crecientes y su recorrido es el intervalo $[0,1]$.

¹⁰ Para la demostración de este resultado y el de la proposición 9 véase Imedio y Bárcena (2007), Imedio y otros (2008). Las demostraciones de los demás resultados están a disposición de quienes las soliciten a los autores.

Otras familias de interés pertenecientes a β_N son aquellas cuyos elementos son los índices situados en cada una de las filas del esquema triangular. En cada una de estas familias (finitas) la suma de los parámetros de sus índices es constante. En la fila $n-1$, $n \geq 2$, figuran los $n-1$ índices $\{l(s,t)\}_{s+t=n}$:

$$l(1, n-1), l(2, n-2), \dots, l(n-2, 2), l(n-1, 1).$$

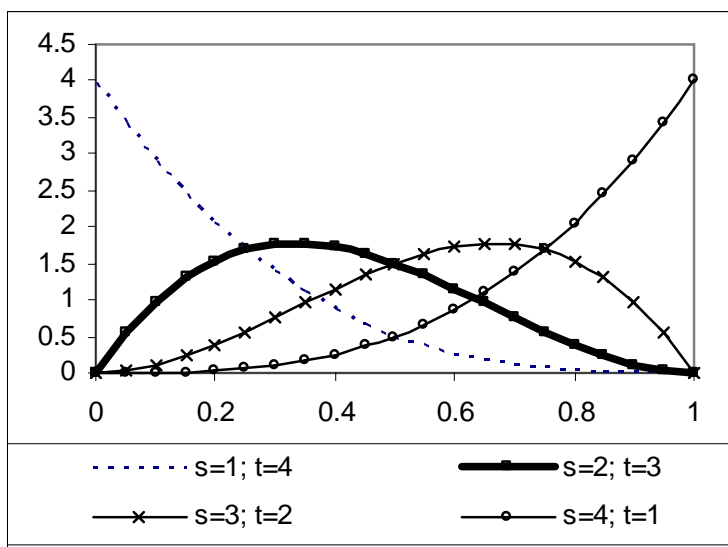
El peso que en cada índice pondera la desigualdad local acumulada, valorada mediante $D_B(p)$,

$$\omega_{(s,n-s)}(p) = \frac{(n-1)!}{(s-1)!(n-s-1)!} p^{s-1} (1-p)^{n-s-1},$$

es estrictamente decreciente para $s=1$, campaniforme con un máximo en $p = (s-1)/n-2$, $2 \leq s \leq n-2$ y estrictamente creciente si $s=n-1$. Por lo tanto, fijada la suma $s+t$, al aumentar el parámetro s se asigna una ponderación cada vez menor a la desigualdad existente en las rentas bajas, ponderando más la desigualdad en las rentas intermedias y altas. En el siguiente gráfico se representan las ponderaciones de los cuatro índices $\{l(s,t)\}_{s+t=5}$.

Gráfico 4

PONDERACIONES DE LOS ÍNDICES $\{l(s,t)\}_{s+t=5}$



Una propiedad interesante que, en cierto modo, contribuye a reforzar el significado del índice de Bonferroni como “elemento generador” de la familia β_N es la siguiente.

Proposición 3. Para cada $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, la media aritmética de los índices $\{l(s,t)\}_{s+t=n}$ es el índice de Bonferroni. Es decir, B es la media de cada fila del esquema triangular:

$$\sum_{s=1}^{n-1} l(s, n-s) = (n-1)B.$$

Una propiedad semejante a la anterior la satisface el índice de Gini, $G = l(2,1)$, cuando en cada fila del esquema triangular se suprime el índice correspondiente a $s = 1$.

Proposición 4. Para cada $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$, el índice de Gini es una media ponderada de los índices $\{l(s,t)\}_{s \geq 2, s+t=n} : l(2, n-2), l(3, n-3), \dots, l(n-1, 1)$. Se satisface:

$$\frac{2}{(n-1)(n-2)} \sum_{s=1}^{n-1} (s-1)l(s, n-s) = G, \quad \frac{2}{(n-1)(n-2)} \sum_{s=1}^{n-1} (s-1) = 1.$$

Por lo tanto, el índice B es una media simple de los índices de cada fila, mientras que G es una media ponderada de esos mismos índices, excepto el correspondiente a $s = 1$. En esa media las ponderaciones crecen al hacerlo el parámetro s , de manera que ponderan más los índices que centran su atención en las rentas altas.

Las proposiciones anteriores prueban la existencia de relaciones algebraicas entre los elementos de β_N . Desde el punto de vista operativo, a partir de los elementos de una cualquiera de las familias α , δ o γ_N , se pueden obtener los de las restantes.

Proposición 5. Entre los elementos de α , δ y γ_N , se satisfacen las relaciones:

$$l(2, t) = 1 + (t+1) \sum_{i=1}^t (-1)^i \binom{t}{i} \frac{i}{i+1} (1 - l(i+1, 1)), t \in \mathbb{N}.$$

$$l(1, t) = t \sum_{i=t}^{\infty} l(2, i) / i(i+1), \quad t \sum_{i=t}^{\infty} 1 / i(i+1) = 1, t \in \mathbb{N}.$$

$$l(2, t) = (t+1)l(1, t) - tl(1, t+1), t \in \mathbb{N}.$$

En particular, la segunda de las igualdades anteriores prueba que el índice de Bonferroni, $l(1,1)$ es una media ponderada de todos los Gini generalizados cuyo parámetro es entero positivo. En general, cualquier elemento de β_N se puede expresar como combinación lineal de índices del tipo $\{l(1,t)\}_{t \in \mathbb{N}}$, cuyas ponderaciones son potencias de $1-p$, o del tipo $\{l(s,1)\}_{s \in \mathbb{N}}$, cuyas ponderaciones son potencias de p . Sin embargo, esta determinación mutua desde el punto de vista del cálculo es independiente de los aspectos éticos que subyacen en los índices de las distintas familias.

En la sección siguiente se abordan algunos de los aspectos normativos que incorporan en los elementos de β .

4. FUNDAMENTACIÓN NORMATIVA. DISTRIBUCIONES DE PREFERENCIAS

La relación entre desigualdad y bienestar se establece mediante el enfoque de Yaari (1987, 1988). Si F es la distribución de la renta y $\phi: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ es una función de distribución¹¹ que representa las preferencias sociales, la función de bienestar social de Yaari (FBSY) viene dada por

$$W_{\phi}(F) = \int_{\mathbb{R}^+} x d\phi(F(x)) = \int_0^1 F^{-1}(p) d\phi(p) = \int_0^1 \phi'(p) F^{-1}(p) dp. \quad [12]$$

La expresión anterior indica que W_{ϕ} es aditiva y lineal en las rentas, ponderándolas según la posición que asignan a los individuos en la distribución¹². El peso correspondiente a la renta del individuo con rango p , $0 < p < 1$, es $\phi'(p) \geq 0$. Yaari (1988) demuestra que $W_{\phi}(F)$ presenta aversión a la desigualdad si, y sólo si, $\phi'(p)$ es decreciente, lo que equivale a la concavidad de ϕ .

Si μ es la media de la distribución F y $L(p)$ su curva de Lorenz, la FBSY se puede expresar como una función de bienestar asociada a una medida lineal de desigualdad de Mehran (1976). Se verifica

$$W_{\phi}(F) = \mu[1 - I_{\phi}(F)], \quad [13]$$

siendo

$$I_{\phi}(F) = \int_0^1 (p - L(p)) \pi_{\phi}(p) dp, \quad \pi_{\phi}(p) = -\phi''(p), \quad [14]$$

lo que proporciona una relación explícita entre la distribución de preferencias y la ponderación de las diferencias de Lorenz.

La expresión $\mu[1 - I_{\phi}(F)]$ es, según el enfoque de Blackorby y Donaldson (1978), la renta equivalente igualmente distribuida¹³. En tal caso $\mu I_{\phi}(F)$ es la pérdida de bienestar debida a la desigualdad.

¹¹ La supondremos de clase C^2 , dos veces derivable con continuidad. Cuando sea necesario en resultados posteriores, se admitirá la existencia de derivadas de orden superior.

¹² Ben Porath y Gilboa (1994) axiomatizan la FBSY para distribuciones discretas. En Zoli (1999) se demuestra que la dominancia en términos de la FBSY equivale a la dominancia estocástica inversa de Muliere y Scarsini (1989).

¹³ Es el nivel de renta que asignado por igual a todos los individuos de la población proporcionaría idéntico bienestar, según la FBS especificada, que la distribución existente. Este concepto es la base del enfoque AKS (Atkinson (1970), Kolm (1976), Sen (1973)) para relacionar bienestar y desigualdad.

Si $\mathfrak{S}_\beta = \{\phi_{(s,t)}\}_{s,t>0}$ es la familia de las distribuciones de preferencias asociadas a los elementos de β , teniendo en cuenta las expresiones [6] y [14], se tiene:

$$\phi''_{(s,t)}(p) = -\pi_{(s,t)}(p) = -(B(s,t))^{-1} p^{s-2} (1-p)^{t-1}, s > 0, t > 0. \quad [15]$$

Las funciones de \mathfrak{S}_β son estrictamente cóncavas, por lo que en todos los índices de la clase β , así como en sus respectivas FBSY, subyace una preferencia (aversión) por la igualdad (desigualdad). Esta postura común presenta, sin embargo, distintos grados de intensidad según el índice.

Aunque para demostrar algunas propiedades normativas de los índices no sea siempre necesario el conocimiento de sus distribuciones de preferencias, la obtención de éstas es conveniente para abordar ciertas cuestiones. Por ejemplo, la posible ordenación de los elementos de una familia de índices según su grado de aversión a la desigualdad, equivale a la ordenación de sus respectivas funciones de preferencia según su grado de concavidad.

4.1. Distribuciones de preferencias de los elementos de β_N

Las expresiones de las funciones $\phi_{(s,t)}$ cuando $(s,t) \in N \times N$ quedan recogidas en la siguiente proposición.

Proposición 6. Las funciones de preferencias de los índices pertenecientes a β_N son:

$$\phi_{(1,t)}(p) = \begin{cases} p - p \ln(p), & t = 1 \\ t \left[p - p \ln(p) + \sum_{i=1}^{t-1} \frac{(-1)^i}{i} \binom{t-1}{i} \left(p - \frac{p^{i+1}}{i+1} \right) \right], & t \geq 2. \end{cases} \quad [16]$$

$$\phi_{(s,t)}(p) = (B(s,t))^{-1} \sum_{i=0}^{t-1} \frac{(-1)^i}{s+i-1} \binom{t-1}{i} \left(p - \frac{p^{s+i}}{s+i} \right), s \geq 2, t \geq 1.$$

Aplicando el resultado anterior a las familias γ_N , α y δ , si $\mathfrak{S}_{\gamma_N} = \{\phi_{(2,t)}\}_{t \in N}$, $\mathfrak{S}_\alpha = \{\phi_{(s,1)}\}_{s \in N}$ y $\mathfrak{S}_\delta = \{\phi_{(1,t)}\}_{t \in N}$ son sus respectivos conjuntos de distribuciones de preferencias, dichas funciones vienen dadas por¹⁴:

$$\phi_{(2,t)}(p) = 1 - (1-p)^{t+1}, \dots t \in N.$$

¹⁴ Otra forma de expresar $\phi_{(1,t)}$, $t \in N$, es:

$$\phi_{(1,t)}(p) = 1 - t \sum_{i=t}^{\infty} \frac{(1-p)^{i+1}}{i(i+1)} = 1 + t \left(p - p \ln(p) - 1 + \sum_{i=1}^{t-1} (1-p)^{i+1} / i(i+1) \right).$$

$$\phi_{(s,1)}(p) = \begin{cases} p - p \ln(p) , & s = 1 \\ \frac{1}{s-1} (sp - p^s) , & s \geq 2, \end{cases}$$

y por la expresión [16] para $\phi_{(1,t)}(p)$. En particular, las distribuciones de preferencias de los índices de Bonferroni y de Gini, son:

$$\phi_B(p) = \phi_{(1,1)}(p) = p - p \ln(p), 0 < p \leq 1, \phi_{(1,1)}(0) = 0.$$

$$\phi_G(p) = \phi_{(2,1)}(p) = 2p - p^2, 0 \leq p \leq 1.$$

Ambas funciones son estrictamente crecientes y estrictamente cóncavas en el intervalo $(0,1)$, pero el grado de concavidad de ϕ_B es mayor que el de ϕ_G . Ello implica que B presenta mayor aversión a la desigualdad que G, lo que incide en las propiedades normativas de ambos índices; por ejemplo, en su distinto comportamiento frente a principios de transferencias más exigentes que el de Pigou-Dalton.

El tipo de relación existente entre B y G respecto a su grado de preferencia por la igualdad, se extiende a los índices de las familias γ_N , α y δ , en el sentido que se especifica en la siguiente proposición.

Proposición 7. Las funciones de $\mathfrak{T}_{\gamma_N} = \{\phi_{(2,t)}\}_{t \in \mathbb{N}}$, $\mathfrak{T}_\alpha = \{\phi_{(s,1)}\}_{s \in \mathbb{N}}$ y $\mathfrak{T}_\delta = \{\phi_{(1,t)}\}_{t \in \mathbb{N}}$ están ordenadas según su grado de concavidad. Al aumentar el valor de sus respectivos parámetros, la concavidad de las funciones de \mathfrak{T}_{γ_N} y de \mathfrak{T}_δ aumenta, mientras que para las de \mathfrak{T}_α sucede lo contrario.

Por lo tanto, los índices de las familias γ_N y δ incorporan una aversión creciente a la desigualdad, mientras que los de α presentan, en este sentido, el comportamiento contrario. Al ser el índice de Bonferroni, $I(1,1) = B$, elemento común de las familias δ y α , como consecuencia de la proposición anterior, toda función de \mathfrak{T}_δ es más cóncava que cualquier función de \mathfrak{T}_α , excepto $\phi_{(1,1)} \equiv \phi_B$.

Si $\lambda = \alpha - \{B\}$ es la familia de índices que se obtiene al suprimir de α el índice de Bonferroni, toda función de \mathfrak{T}_{γ_N} es más cóncava que cualquier función de \mathfrak{T}_λ , excepto la que corresponde al índice de Gini, $I(2,1) = G$, elemento común de λ y de γ_N .

En definitiva, en la subclase β_N se pueden considerar dos pares de familias, δ y α , $\delta \cap \alpha = \{B\}$, junto a γ_N y λ , $\gamma_N \cap \lambda = \{G\}$, que presentan un comportamiento semejante en relación al grado de preferencia por la igualdad que subyace en sus elementos. Además, con cada una de las uniones $\delta \cup \alpha$ y $\gamma_N \cup \lambda$ queda cubierto

todo el espectro de la aversión a la desigualdad, desde la aversión máxima a la indiferencia. Esto último es consecuencia de la proposición siguiente.

Proposición 8. (i) Las funciones de \mathfrak{S}_δ y de \mathfrak{S}_{γ_N} convergen hacia la función de máxima concavidad en $[0,1]$, constante e igual a la unidad, excepto en $p = 0$. Es decir:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \phi_{(1,t)}(p) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \phi_{(2,t)}(p) = \begin{cases} 0, & p = 0, \\ 1, & 0 < p \leq 1. \end{cases}$$

(ii) Las funciones de \mathfrak{S}_α convergen hacia la identidad en el intervalo $[0,1]$:

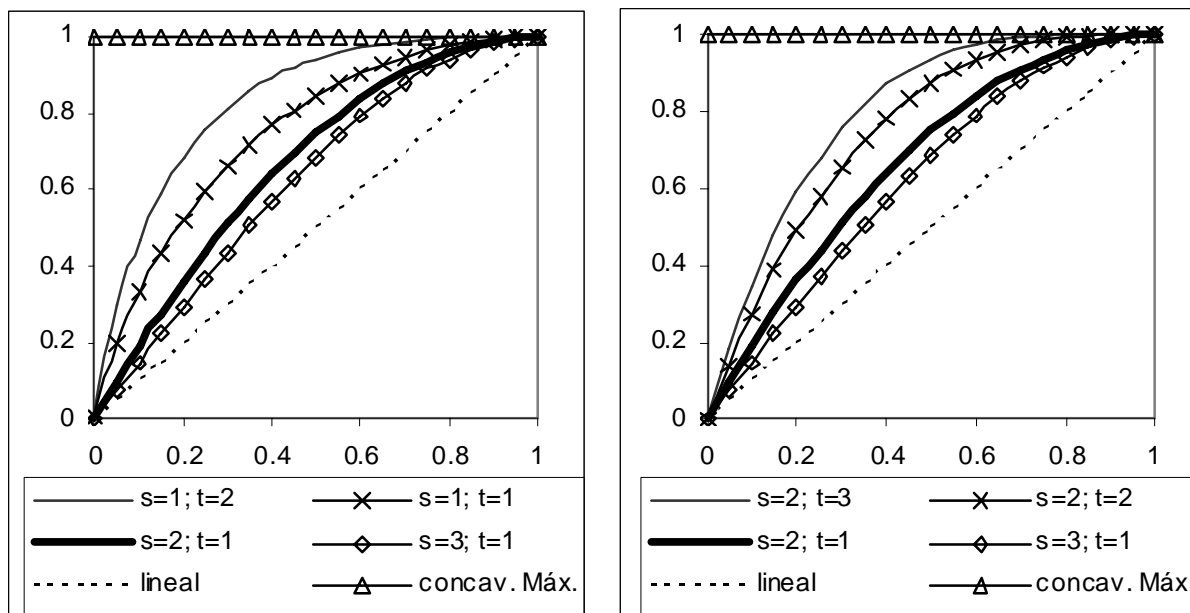
$$\lim_{s \rightarrow +\infty} \phi_{(s,1)}(p) = p, \quad 0 \leq p \leq 1,$$

cuya concavidad es nula.

En los siguientes gráficos se representan, por un lado, las funciones de preferencia de los índices $I(1,2)$, $I(1,1)=B$, $I(2,1)=G$ e $I(3,1)$, y, por otro, las de $I(2,3)$, $I(2,2)$, $I(2,1)=G$ e $I(3,1)$. En ambos gráficos se incluyen las asociadas a los casos extremos, concavidad máxima y función lineal.

Gráfico 5

DISTRIBUCIONES DE PREFERENCIAS



Como consecuencia de la Proposición 8, el comportamiento de las FBSYs y de sus índices asociados, en los casos límite, viene dado por

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} W_{\phi_{(1,t)}}(F) = \lim_{t \rightarrow +\infty} W_{\phi_{(2,t)}}(F) = x_0, \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} I(1,t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} I(2,t) = 1 - x_0 / \mu,$$

$$\lim_{s \rightarrow +\infty} W_{\phi(s,1)}(F) = \int_0^1 F^{-1}(p) dp = \mu, \quad \lim_{s \rightarrow +\infty} I(s,1) = 0.$$

En las familias δ y γ_N , cuando $t \rightarrow +\infty$, sus distribuciones de preferencias tienden a la concavidad máxima, por lo que sólo son relevantes las transferencias de renta dirigidas hacia el individuo más pobre de la población (leximin rawlsiano). En tal caso, el bienestar se identifica con la renta mínima de la distribución y el valor de la desigualdad¹⁵ es $1 - x_0 / \mu$. Sucede lo contrario en la familia α ; en ella, si $s \rightarrow +\infty$, las distribuciones de preferencias tienden hacia la identidad, cuya concavidad es nula. Por ello, las transferencias progresivas no tienen ningún efecto sobre el bienestar ni la desigualdad. En ese caso, el bienestar asociado a cualquier distribución se identifica con su renta media y el índice de desigualdad correspondiente es nulo, no porque la distribución sea igualitaria sino por su indiferencia a la desigualdad.

Los elementos de las familias de índices absolutos $\delta_A = \{\mu I(1,t)\}_{t \in \mathbb{N}}$, $\gamma_{NA} = \{\mu I(2,t)\}_{t \in \mathbb{N}}$ y $\alpha_A = \{\mu I(s,1)\}_{s \in \mathbb{N}}$ representan el coste de la desigualdad en términos de bienestar social. A partir de lo anterior, es inmediato que el coste de la desigualdad es nulo en el caso de indiferencia y es máximo, la diferencia entre las rentas media y mínima de la distribución, cuando lo es la aversión a la desigualdad.

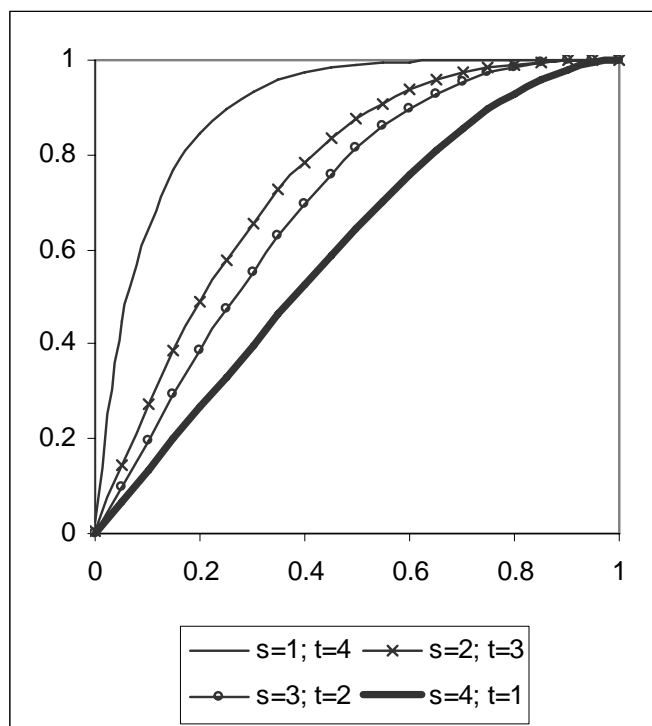
En el esquema triangular que representa a β_N , Esquema I, tomando como punto de partida su vértice, $I(1,1)$, al desplazarnos por el lado derecho, familia α , los índices presentan una aversión decreciente a la desigualdad y asignan un peso cada vez menor a las rentas bajas. Sucede lo contrario si a partir de $I(1,1)$ (resp. $I(2,1)$) recorremos el lado izquierdo del triángulo, familia δ (resp. familia γ_N). En este caso, los índices incorporan una aversión creciente a la desigualdad, centrando cada vez más su interés en la cola izquierda de la distribución.

En cada una de las filas del esquema triangular la suma de los dos parámetros de sus índices es constante, $s + t = n$, $n \geq 2$. Si $n \geq 3$, al recorrer cualquier fila de izquierda a derecha, se inicia con un elemento de δ y termina con un índice de la familia α . Al avanzar dentro de la fila, en el sentido señalado, el grado de aversión hacia la desigualdad disminuye. Como ejemplo, en el gráfico 6 se representan las cuatro funciones de preferencias correspondientes a los índices situados en la cuarta fila del esquema triangular, $\{I(s,t)\}_{s+t=5}$.

¹⁵ Si el recorrido de la variable renta es $[0, \infty)$, el bienestar es nulo y el índice de desigualdad es la unidad.

Gráfico 6

DISTRIBUCIONES DE PREFERENCIAS DE LOS ÍNDICES $\{I(s, t)\}_{s+t=5}$



El gráfico anterior muestra que la distribución de preferencias correspondiente al índice $I(1,4)$ presenta el mayor grado de concavidad. Ese grado, y con él la preferencia por la igualdad, disminuye sucesivamente al pasar a los índices $I(2,3)$, $I(3,2)$ e $I(4,1)$. Este comportamiento se repite en los índices situados en cada una de las filas del esquema, si bien al ir aumentando $s+t$ el número de índices es mayor, su grado de aversión a la desigualdad (o la concavidad de sus respectivas funciones de preferencia) cubre un espectro más amplio y el cambio, en ese aspecto, entre índices consecutivos es más suave.

5. PRINCIPIOS DE TRANSFERENCIAS

Los índices de β satisfacen el Principio de Transferencias de Pigou-Dalton (PTPD) dada la concavidad de sus respectivas distribuciones de preferencias. Al estudiar este tipo de medidas es habitual analizar si satisfacen criterios redistributivos más exigentes. Una idea obvia consiste en contemplar principios según los cuales el efecto de una transferencia sea mayor en la medida en que los individuos involucrados estén situados en la parte inferior de la distribución. Kolm (1976) y Mehran (1976) proponen dos versiones alternativas de un principio de esas características. Según el Principio de Transferencias Decrecientes (PTD),

una transferencia progresiva entre dos individuos, con una diferencia de renta dada, ha de implicar una mayor reducción (incremento) del índice (bienestar) cuanto menores sean las rentas de esos individuos. Una versión distinta del PTD es la que proporciona el Principio de Sensibilidad Posicional de la Transferencia (PSPT), según el cual, para una diferencia de rangos dada entre quienes tiene lugar la transferencia, el efecto es mayor en la medida en que tenga lugar entre individuos situados en la parte inferior de la distribución. Estos principios incorporan posturas análogas ante las transferencias, al ser relevante para ambos la situación que los individuos ocupen en la distribución, pero mientras que para el PTD lo esencial es la diferencia de rentas entre el donante y el receptor, para el PSPT lo es la proporción de individuos situados entre ellos.

Formalmente, si I es una medida de desigualdad, sea $\Delta I_p(\delta, s)$ el cambio en I al realizar una transferencia de cuantía δ desde un individuo con renta $F^{-1}(p)$ hacia otro con renta $F^{-1}(p-s)$ sin alterar sus rangos. Según el PTPD es $\Delta I_p(\delta, s) < 0$. Sea

$$\Delta I_{q,p}(\delta, s) = \Delta I_p(\delta, s) - \Delta I_q(\delta, s).$$

Definición 3a. El índice I satisface el PSPT si, y sólo si $(q < p) \Rightarrow \Delta I_{q,p}(\delta, s) > 0$.

Análogamente, si $\Delta I_x(\delta, z)$ representa el cambio en I resultante de una transferencia δ desde una persona con renta x a otra con renta $x-z$, es $\Delta I_x(\delta, z) < 0$ si se cumple el PTPD. Sea

$$\Delta I_{y,x}(\delta, z) = \Delta I_x(\delta, z) - \Delta I_y(\delta, z).$$

Definición 3b. El índice I satisface el PTD si, y sólo si $(y < x) \Rightarrow \Delta I_{y,x}(\delta, z) > 0$.

En la proposición siguiente se caracteriza el cumplimiento de ambos principios.

Proposición 9. Sea F una distribución de renta con media μ e $I_\phi(F)$ un índice de desigualdad cuya distribución de preferencias, ϕ , es cóncava. Se verifica

- (i) (Mehran (1976), Zoli (1999)) El índice $I_\phi(F)$ satisface el PSPT si, y sólo si, $\phi'''(p) > 0$.
- (ii) (Aaberge, 2000) El índice $I_\phi(F)$ satisface el PTD si, y sólo si, $\phi''(F(x))F'(x)$ es estrictamente creciente para $x > 0$. Ello equivale a la condición

$$-\frac{\phi'''(F(x))}{\phi''(F(x))} > \frac{F''(x)}{(F'(x))^2}, \quad x > 0. \quad [17]$$

La proposición anterior prueba que una medida de desigualdad cumple, o no, el PSPT según las propiedades de su distribución de preferencias, ϕ , con independencia de la distribución de rentas sobre la que se aplique. Se trata, por lo tanto, de una característica del índice. No sucede lo mismo con el PTD. El que

$I_\phi(F)$ lo satisfaga no sólo depende de las propiedades de su distribución de preferencias, sino también de la forma de la distribución de la renta. La expresión [17] proporciona la relación que ha de existir entre ambas distribuciones. Es decir, dada ϕ , el índice $I_\phi(F)$ verifica el PTD únicamente para una determinada clase de distribuciones de renta, cuya extensión depende del grado de aversión hacia la desigualdad que presente ϕ .

El comportamiento de los elementos de β respecto a ambos principios se obtiene al aplicar la proposición anterior a sus respectivas distribuciones de preferencias.

Corolario I

- a) Los elementos de $\beta = \{I(s,t)\}_{s,t>0}$ satisfacen el PSPT si, y sólo si, se verifica¹⁶:

$$A(s,t,p) = [(s+t-3)p - s + 2] > 0, 0 < p < 1. \quad [18]$$

- b) Si F es la función de distribución sobre la que se aplica el índice $I(s,t)$ se satisface el PTD si, y sólo si:

$$\frac{(s+t-3)F(x) - s + 2}{F(x)(1-F(x))} > \frac{F''(x)}{(F'(x))^2}, \quad x > 0. \quad [19]$$

Según lo anterior el índice de Bonferroni, $B=I(1,1)$, satisface el PSPT. Esto no sucede con el índice de Gini, $G=I(2,1)$, al ser $A(2,1,p)=0$, $0 < p < 1$. Fijada una diferencia de rangos, el efecto sobre G de cualquier transferencia progresiva es el mismo con independencia de la parte de la distribución en que tenga lugar. Otros índices presentan un comportamiento contrario al del PSPT; sobre ellos la incidencia de una transferencia progresiva, fijada una diferencia de rangos, es mayor en la medida en que involucre a individuos situados en la parte superior de la distribución. Es el caso de $I(3,1)$, al ser $A(3,1,p)=p-1 < 0$, $0 < p < 1$. Hay índices cuyo comportamiento respecto a este principio no es uniforme. Por ejemplo, para $I(3,3)$ es $A(3,3,p)=3p-1$, de manera que este índice satisface el PSPT si $p > 1/3$ y se comporta de forma contraria para $0 < p < 1/3$.

Para las familias γ_N , α y δ , utilizando [18] se obtiene el siguiente resultado.

Proposición 11. (i) Los elementos de γ_N , excepto el índice de Gini, y todos los elementos de δ satisfacen el PSPT. (ii) Los índices de la familia α , excepto el coeficiente de Bonferroni, presentan un comportamiento contrario al que implica este principio.

¹⁶ El signo de la tercera derivada de la distribución de preferencias coincide con el de la expresión $A(s,t,p)$. Es evidente que este signo puede ser o no constante en $(0,1)$, según los valores de s y de t .

En el esquema triangular mediante el que representamos la subclase β_N , los elementos situados en una cualquiera de sus filas, $\{(s, n-s)\}_{1 \leq s \leq n-1}$, $n \geq 2$, pueden presentar diferentes comportamientos respecto al PSPT. Al desplazarnos hacia la derecha, dentro de una fila, los índices pasan de satisfacer este principio para $I(1, n-1) \in \delta$, $I(2, n-2) \in \gamma_N$, a satisfacerlo solamente en un subintervalo de $(0,1)$ hasta llegar a cumplir lo contrario al PSPT en el caso de $I(n-1, 1) \in \alpha$.

Respecto al PTD, conviene observar que si un índice presenta aversión a la desigualdad ($\phi''(p) < 0$) y la derivada tercera de su distribución de preferencias es no negativa ($\phi'''(p) \geq 0$), cumplirá el PTD para todas aquellas distribuciones de renta que sean cóncavas ($F''(p) < 0$), ya que entonces se verifica la condición [17]. Así, todos los elementos de las familias γ_N y δ satisfacen el PTD al aplicarlos a distribuciones de renta cóncavas. La concavidad de F es, en estos casos, una condición suficiente.

En particular, el índice de Gini verifica el PTD sobre distribuciones estrictamente cóncavas. Para el índice de Bonferroni, $B = I(1,1)$, la condición [17], o su equivalente [19], es $(1/F(x)) > (F''(x))/(F'(x))^2$, $x > 0$, lo que equivale a la concavidad estricta de $\ln(F(x))$, exigencia más débil que la concavidad de $F(x)$. Por lo tanto, el conjunto de distribuciones de renta para las que B cumple el PTD contiene estrictamente al conjunto de distribuciones para las que G satisface ese principio. Es decir, si Ω_I representa el conjunto de las distribuciones sobre las que el índice I satisface el PTD, se verifica $\Omega_G \subset \Omega_B$.

La siguiente proposición recoge el comportamiento de los índices de las familias γ_N , α y δ respecto al PTD.

Proposición 12. Se verifica:

- (i) El índice $I(2, t) \in \gamma_N \in \gamma_N$ satisface el PTD para las distribuciones, F , tales que $(1-F)^t$ sea estrictamente convexa.
- (ii) Si el índice $I(1, t) \in \delta$ satisface el PTD, $(1-\ln(F))^t$ es estrictamente convexa.
- (iii) Si $s \geq 2$, el índice $I(s, 1) \in \alpha$ satisface el PTD para las distribuciones tales que F^s sea estrictamente cóncava.

La relación $\Omega_G \subset \Omega_B$ se extiende a los conjuntos de distribuciones sobre las que índices que están ordenados de forma monótona según su aversión a la desigualdad, cumplen el PTD. La siguiente proposición recoge algunos resultados en ese sentido.

Proposición 13. Si Δ_I es el conjunto de las distribuciones sobre las que el índice I satisface el PTD, se cumple:

(i) Para los índices $l(1,t) \in \delta$ e $l(2,t) \in \gamma_N$, se verifica $\Omega_{l(2,t)} \subset \Omega_{l(1,t)}$, $t \in \mathbb{N}$.

(ii) Los elementos de $\delta \cup \alpha$ satisfacen las relaciones de inclusión:

$$\cdots \subset \Omega_{l(1,t+1)} \subset \Omega_{l(1,t)} \subset \cdots \subset \Omega_{l(1,1)} = \Omega_B \subset \cdots \subset \Omega_{l(s,1)} \subset \Omega_{l(s+1,1)} \subset \cdots$$

(iii) Análogamente, los índices de $\gamma_N \cup \lambda$ satisfacen:

$$\cdots \subset \Omega_{l(2,t+1)} \subset \Omega_{l(2,t)} \subset \cdots \subset \Omega_{l(2,1)} = \Omega_G \subset \cdots \subset \Omega_{l(s,1)} \subset \Omega_{l(s+1,1)} \subset \cdots$$

(iv) Para $n \geq 2$, el conjunto de los $n-1$ índices $\{l(s,n-s)\}_{1 \leq s \leq n-1}$, situados en una fila cualquiera del triángulo que representa a β_N , verifica:

$$\Omega_{l(1,n-1)} \supset \cdots \supset \Omega_{l(s,n-s)} \supset \cdots \supset \Omega_{l(n-1,1)}.$$

Según la proposición anterior, al aumentar (resp. disminuir) el grado de aversión a la desigualdad de los índices de una familia, es más (resp. menos) extenso el conjunto de las distribuciones para las que dichos índices satisfacen el PTD. El apartado (i) muestra que la relación entre los elementos de γ_N y δ , respecto al PTD, es análoga a la existente entre ellos cuando se comparan según su grado de aversión a la desigualdad. El apartado (ii) indica que en la familia δ , al aumentar su parámetro, a la vez que los índices incorporan mayor preferencia por la igualdad, el conjunto de las distribuciones para las que cumplen el PTD se amplía. En la familia α sucede lo contrario y al considerar la unión de ambas familias, los conjuntos Δ_l , $l \in \delta \cup \alpha$, están anidados. Un comportamiento análogo se tiene para γ_N y λ . El enunciado del apartado (iv) es consecuencia de la ordenación decreciente del conjunto $\{l(s,n-s)\}_{1 \leq s \leq n-1}$ según el grado de aversión a la desigualdad que presentan sus elementos.

6. ILUSTRACIÓN EMPÍRICA

En esta sección se pone de manifiesto empíricamente el distinto grado de aversión a la desigualdad de los índices de la familia β y de sus correspondientes FBS; esto es, sus diferentes respuestas a los cambios que puedan producirse en la distribución, según el rango de rentas en el que ese cambio tenga mayor incidencia.

Se utiliza como fuente la Encuesta de Condiciones de Vida¹⁷ (ECV) para el año 2006 para España. Se consideran tres variables:

- La renta disponible de los hogares (X_1).

¹⁷ En terminología inglesa “European Statistics on Income and Living Conditions” (EU-SILC). Es una fuente de referencia sobre estadísticas comparativas de la distribución de ingresos y la exclusión social en el ámbito europeo.

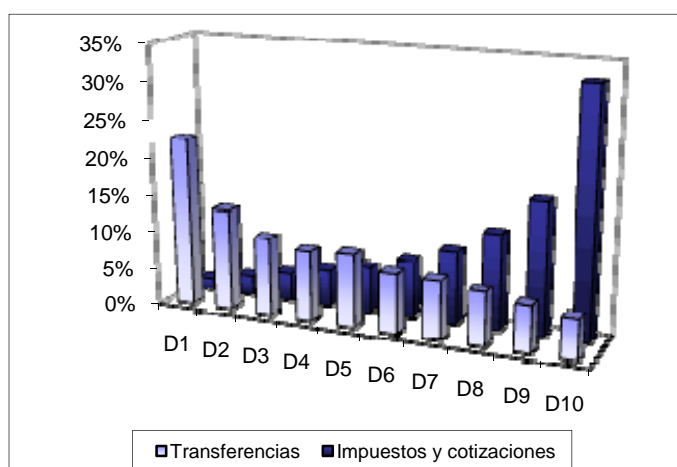
- La renta disponible menos las transferencias sociales, excepto las prestaciones por vejez y supervivencia (renta antes de transferencias, X_2).
- La renta disponible más los impuestos directos y las cotizaciones sociales (renta antes de impuestos, X_3).

Como un mismo ingreso puede dar lugar a diferentes niveles de vida en función del tamaño y composición del hogar, los ingresos se han ajustado mediante la escala de equivalencia de la OCDE modificada¹⁸. Con ello se obtiene la variable objeto de estudio, renta equivalente del hogar, y_i , definida como la renta del hogar, x_i , dividida por el número de miembros equivalentes, $m(n_i)$; esto es, $y_i = x_i / m(n_i)$.

Las transferencias sociales van dirigidas, en mayor medida, a la parte baja de la distribución. Por su parte, los impuestos directos proceden en mayor porcentaje de las rentas altas. El gráfico 7 recoge las distribuciones porcentuales de ambas partidas, por decilas.

Gráfico 7

DISTRIBUCIÓN DE LAS TRANSFERENCIAS Y DE LOS IMPUESTOS DIRECTOS POR DECILAS



Evaluamos el efecto de estas partidas sobre los índices de la forma $\{l(s,t)\}_{2 \leq s+t \leq 6}$ y sobre sus correspondientes FBS, $\{W_{\phi(s,t)}\}_{2 \leq s+t \leq 6}$. Se trata, por lo tanto, de los elementos situados en las cinco primeras filas del esquema triangular que representa a β_N .

En la tabla I figuran los valores de cada uno de los índices para las distribuciones X_1 , X_2 y X_3 , respectivamente. Debajo de ellos se indican los porcentajes de variación al pasar de la distribución X_2 a X_1 y de X_3 a X_1 , en ese orden.

¹⁸ Esta escala asigna valor 1 al primer adulto del hogar, 0,5 a los adultos restantes y 0,3 a cada menor de 14 años.

Tabla I

VALORES DE LOS ÍNDICES DE β_N PARA X_1 , X_2 Y X_3 . PORCENTAJES DE VARIACIÓN

| | | | | | |
|--|------------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| | I(1,1) | | | | |
| | 0.422, 0.448, 0.443 | | | | |
| | -5.6%, -4.5% | | | | |
| | I(1,2) | I(2,1) | | | |
| | 0.545, 0.579, 0.565 | 0.3000, 0.316, 0.320 | | | |
| | -5.8%, -3.5% | -5.2%, -6.4% | | | |
| | I(1,3) | I(2,2) | I(3,1) | | |
| | 0.610, 0.648, 0.627 | 0.416, 0.440, 0.439 | 0.241, 0.254, 0.261 | | |
| | -6.0%, -2.8% | -5.5%, -5.3% | -5.0%, -7.4% | | |
| | I(1,4) | I(2,3) | I(3,2) | I(4,1) | |
| | 0.651, 0.693, 0.667 | 0.484, 0.513, 0.507 | 0.348, 0.368, 0.372 | 0.206, 0.216, 0.224 | |
| | -6.0%, -2.4% | -5.6%, -4.6% | -5.3%, -6.4% | -4.9%, -7.9% | |
| | I(1,5) | I(2,4) | I(3,3) | I(4,2) | I(5,1) |
| | 0.682, 0.726, 0.696 | 0.530, 0.563, 0.553 | 0.414, 0.438, 0.439 | 0.304, 0.321, 0.327 | 0.181, 0.190, 0.198 |
| | -6.1%, -2.1% | -5.7%, -4.0% | -5.4%, -5.6% | -5.2%, -7.0% | -4.7%, -8.3% |

Tanto las transferencias como el pago de los impuestos directos tienen un efecto igualador, reducen la desigualdad. Sin embargo, los porcentajes de disminución de los índices varía sensiblemente en función de la forma en que cada una de esas partidas incide en los distintos tramos de la distribución. En el caso de las transferencias, dirigidas en mayor medida a las rentas bajas, experimentan mayores reducciones los índices que centran su atención en la cola izquierda de la distribución. Al ir desplazándonos en diagonal hacia la derecha y hacia abajo en el esquema triangular cada vez es mayor la ponderación que se asigna a la desigualdad local existente en la parte alta, siendo menor la reducción de los índices. Lo mismo, y por la misma razón, sucede al desplazarnos dentro de cada fila de izquierda a derecha.

La recaudación de los impuestos directos se concentra, en mayor medida, en la cola derecha de la distribución. Su efecto igualador al pasar a la distribución de renta disponible es más acusado si se evalúa mediante índices que presenten una mayor sensibilidad a los cambios que se producen en las rentas altas. En este caso, las disminuciones porcentuales de los índices al desplazarnos en el esquema que representa a β_N siguen un comportamiento contrario al descrito para las transferencias.

Lo anterior muestra que una misma partida de renta puede considerarse que tiene mucho o poco efecto sobre la desigualdad dependiendo de dónde sitúe el evaluador social su interés. De este modo, si el evaluador social tiene mayor interés por las rentas bajas y elige $I(1,5)$ para medir la desigualdad, resulta que las transferencias permiten reducir la desigualdad más que los impuestos directos (un 6,1% frente a un 2,1%). Por el contrario, si centra su interés en las rentas altas y realiza la medición con $I(5,1)$ considerará que los impuestos son más efectivos en la reducción de la desigualdad (un 8,3% frente a un 4,7%). En definitiva, al medir la desigualdad es esencial tener en cuenta las características del índice utilizado. En este sentido, β permite la introducción de matices muy variados en la medición.

Este tipo de consideraciones se traslada a las FBS asociadas a los índices. En la tabla 2 figuran los valores de las funciones $\{W_{\phi(s,t)}\}_{2 \leq s+t \leq 6}$ correspondientes a las distribuciones X_1 , X_2 y X_3 , expresando las rentas medias en euros¹⁹. Debajo se indican los porcentajes de variación al pasar de la distribución X_2 a X_1 y de X_3 a X_1 .

¹⁹ $\mu_{X_1} = 13452$, $\mu_{X_2} = 12843$, $\mu_{X_3} = 15904$.

La inclusión de las transferencias, por su efecto sobre la renta media, supone un aumento en el bienestar. El mayor incremento porcentual tiene lugar cuando la evaluación se realiza con una FBS que asigna mayor ponderación a las rentas bajas. Disminuye, siguiendo la misma pauta que los índices correspondientes, al realizar la medición con funciones que incorporen menor aversión a la desigualdad. El pago de los impuestos directos produce el efecto contrario, reduce el bienestar, como consecuencia de la disminución de la renta media. La reducción mayor se presenta en las FBS asociadas a índices que ponderan más la desigualdad local en las rentas altas, ya que es en estas rentas donde los impuestos tienen mayor incidencia.

7. CONCLUSIONES

Los índices de la clase β incorporan criterios muy variados, incluso contrarios, en la medición de la desigualdad. A la vez, por su definición, comparten un origen homogéneo y presentan características comunes, lo que proporciona un tratamiento unificado de diferentes familias de este tipo existentes en la literatura. Una de las principales ventajas de esta clase es que permite seleccionar entre sus elementos índices que centren su atención en una zona prefijada o en un percentil concreto de la distribución.

Lo que distingue a cada elemento de β es su forma de ponderar la desigualdad local que se acumula hasta cada percentil de renta. Las características de esa ponderación determinan las del índice: tramo de la distribución en el que centra su interés, grado de aversión a la desigualdad, respuesta a las transferencias, según la diferencia de rango, o de renta, existente entre los individuos involucrados y de la ubicación de éstos en la distribución.

La subclase β_N que resulta cuando los dos parámetros de los índices de β son enteros positivos, contiene familias de interés: γ_N , α y δ . A través de ellas se puede recorrer todo el espectro del grado de aversión a la desigualdad que puede incorporar un índice, así como seleccionar medidas con comportamientos muy diferentes en relación al PSPT o al PTD. Las familias anteriores son infinitas, aunque numerables. Sin embargo, los índices situados en cada una de las filas del esquema triangular que representa a β_N constituyen familias finitas del tipo $\{(s, n-s)\}_{1 \leq s \leq n-1}$, $n \geq 2$, en las que también varía el grado de aversión a la desigualdad, sin llegar a los casos extremos, así como sus respuestas a los principios de transferencias analizados. En cada una de estas filas al desplazarnos de izquierda a derecha varía el grado de sensibilidad de los índices a los cambios que puedan tener lugar en las rentas bajas, intermedias y altas.



Es evidente que la efectividad real de una medida de política económica encaminada, por ejemplo, a incidir de forma preferente sobre la desigualdad, o el bienestar, en un determinado rango de rentas, no depende del índice que se seleccione para realizar la valoración. Con todo, es interesante tener la posibilidad de utilizar índices que presenten una mayor sensibilidad a los cambios que puedan producirse precisamente en el rango seleccionado. Ello permite una mejor valoración cuantitativa de la medida a adoptar y minimiza el riesgo de que, al realizar simulaciones, su posible efecto pase desapercibido.

En las aplicaciones, la selección de un conjunto reducido de elementos de β permite medir la desigualdad según diferentes criterios distributivos, en función de las preferencias del evaluador social y de la naturaleza de cada caso empírico. Podría suceder que al tratar de ordenar un conjunto de distribuciones de renta se obtuviesen ordenaciones diferentes según el índice. Este resultado sería tan revelador, teniendo en cuenta las características de cada índice, como el proporcionado por los casos robustos.

REFERENCIAS

- AABERGE, R. (2000): "Characterizations of Lorenz curves and income distributions", *Social Choice and Welfare*, n.º 17, pp. 639-653.
- (2007): "Gini's nuclear family", *Journal of Economic Inequality*, n.º 5-3, pp. 305-322.
- AMATO, V. (1948): "Sulla misura della concentrazione dei redditi", *Rivista Italiana di Economia, Demografia e Statistica*, vol. 2, pp. 509-529.
- ATKINSON, A.B. (1970): "On the measurement of inequality", *Journal of Economic Theory*, n.º 2, pp. 244-263.
- BEN PORATH, E. y GILBOA, I. (1994): "Linear measures, the Gini index, and the income equality trade-off", *Journal of Economic Theory*, n.º 18, pp. 59-80.
- BLACKORBY, C. y DONALDSON, D. (1978): "Measures of relative equality and their meaning in terms of social welfare", *Journal of Economic Theory*, n.º 18, pp. 59-80.
- BONFERRONI, C.E. (1930): *Elementi di statistica generale*, Libreria Seber, Firenze.
- EUROPEAN COMMISSION, Eurostat, cross sectional EU-SILC 2006 user's database Version 2006.1 february 2008.
- GINI, C. (1912): "Variabilità e mutabilità", *Studi Economico-giuridici*, Università di Cagliari, vol 3-2, pp. 1-158.
- IMEDIO OLMEDO, L.J. y BÁRCENA MARTÍN, E. (2007): "Dos familias numerables de medidas de desigualdad", *Investigaciones Económicas XXX(1)*, pp. 191-217.
- IMEDIO OLMEDO, L.J.; BÁRCENA MARTÍN, E. y PARRADO GALLARDO, E.M. (2008): "Familias de índices de desigualdad que caracterizan la distribución de la renta", *XV Encuentro de Economía Pública*. Salamanca, 2008.
- KAKWANI, N.C. (1980): "On a class of poverty measures", *Econometrica*, n.º 48, pp. 437-446.
- KOLM, S.C. (1976): "Unequal inequalities, I, II", *Journal of Economic Theory*, n.º 12, pp. 416-442; n.º 13, pp. 82-111.
- MEHRAN, F. (1976): "Linear measures of inequality", *Econometrica*, n.º 44, pp. 805-809.
- MULIERE, P. y SCARSINI, M. (1989): "A note on stochastic dominance and inequality measures", *Journal of Economic Theory*, n.º 49, pp. 314-323.
- PICCOLO, D. (1991): "Risultati asintotici per misure di variabilità sull'insieme dei numeri interi", *Quaderni di Statistica ed Econometria*, vol. XIII, pp. 91-107.
- RAWLS, J. (1971): *A theory of justice*, Harvard University Press, Cambridge.
- SEN, A.K. (1973): *On economic inequality*, Clarendon Press, Oxford.

- YAARI, M.E. (1987): “The dual theory of choice under risk”, *Econometrica*, n.° 55, pp. 99-115.
- (1988): “A controversial proposal concerning inequality measurement”, *Journal of Economic Theory*, n.° 44, pp. 381-397.
- YITZHAKY, S. (1983): “On an extension of the Gini index”, *International Economic Review* n.° 24, pp. 617-628.
- ZOLI, C. (1999): “Intersecting generalized Lorenz curves and the Gini index”, *Social Choice and Welfare*, n.° 16, pp. 183-196.

SÍNTESIS

PRINCIPALES IMPLICACIONES DE POLÍTICA ECONÓMICA

Hay una serie de cuestiones que se plantean con frecuencia en el debate político y social. ¿Cómo ha evolucionado la desigualdad durante un determinado período? ¿Qué relación existe entre crecimiento y desigualdad? ¿Hasta qué punto una política fiscal o social contribuye a la reducción de la desigualdad? Para responder a este tipo de preguntas es necesario disponer de diferentes medidas de desigualdad, conocer sus características e interpretar adecuadamente sus valores numéricos.

Las posibilidades de elección de índices de desigualdad son muy amplias. Los más utilizados en las aplicaciones, además de las medidas estadísticas tradicionales que cuantifican la dispersión, son los índices de la familia de Atkinson, los de Entropía Generalizada y los índices de Gini generalizados o S-Gini. Aunque en ocasiones se utilicen de forma conjunta índices cuyo fundamento teórico es muy dispar, esa forma de proceder puede dificultar la evaluación de su capacidad como medidas complementarias de desigualdad. Es conveniente disponer de familias de índices de naturaleza homogénea, que proporcionen información suficiente sobre la distribución y que, al mismo tiempo, difieran y se complementen en el ámbito normativo. De este modo, al aplicarlos a un problema concreto, si existen discrepancias en los resultados, según el índice, no serán imputables a su diferente fundamentación.

La condición anterior es satisfecha por la clase de medidas de desigualdad que se introduce en este trabajo, la clase β . Sus elementos pueden expresarse como medias ponderadas de la desigualdad local existente en cada percentil de renta. Se utilizan como ponderaciones las funciones de densidad de las distribuciones beta sobre $[0, 1]$, dependientes de dos parámetros positivos. Al variar ambos parámetros se obtiene un conjunto de pesos que generan actitudes muy diferentes en la valoración de la desigualdad a lo largo de la distribución. Ello da lugar a familias de índices que presentan propiedades comunes y un claro paralelismo formal, pero que a la vez incorporan criterios éticos muy dispares, e incluso opuestos, al evaluar el bienestar y la desigualdad.

A la clase β pertenecen índices de uso habitual, como los de Gini y Bonferroni, e incluye, como casos particulares, familias ya conocidas en la literatura. Sin embargo, en los índices de esas familias las ponderaciones de la desigualdad local tienen un comportamiento monótono a lo largo de la distribución, asignando el mayor peso a uno de sus extremos. En la clase que proponemos las ponderaciones no son, necesariamente, monótonas. Pueden alcanzar su valor máximo o mínimo en cualquier percentil, lo que permite seleccionar medidas de desigualdad que sean más o menos sensibles a los cambios que se puedan producir en cualquier tramo de la distribución. Esta posibilidad de elección es, a nuestro juicio, una de las ventajas de nuestra propuesta.

En el trabajo empírico, la utilización de un conjunto de elementos de β permite medir la desigualdad según diferentes criterios distributivos, en función de las prefe-

rencias del evaluador social y de la naturaleza de cada caso empírico. Por supuesto, podría suceder que al tratar de ordenar un conjunto de distribuciones de renta, según su nivel de desigualdad o de bienestar, se obtuviesen ordenaciones diferentes según el índice utilizado. Este resultado sería tan revelador, teniendo en cuenta las características de cada índice, como el proporcionado por los casos robustos.

Es evidente que la efectividad real de una medida de política económica encaminada, por ejemplo, a incidir de forma preferente sobre la desigualdad, o el bienestar, en un determinado rango de rentas, no depende del índice que se seleccione para realizar la valoración. Con todo, es interesante tener la posibilidad de utilizar índices que presenten una mayor sensibilidad a los cambios que puedan producirse precisamente en el rango seleccionado. Ello permite una mejor valoración cuantitativa de la medida a adoptar y minimiza el riesgo de que, al realizar simulaciones, su posible efecto pase desapercibido.

NORMAS DE PUBLICACIÓN DE PAPELES DE TRABAJO DEL INSTITUTO DE ESTUDIOS FISCALES

Esta colección de *Papeles de Trabajo* tiene como objetivo ofrecer un vehículo de expresión a todas aquellas personas interesadas en los temas de Economía Pública. Las normas para la presentación y selección de originales son las siguientes:

1. Todos los originales que se presenten estarán sometidos a evaluación y podrán ser directamente aceptados para su publicación, aceptados sujetos a revisión, o rechazados.
2. Los trabajos deberán enviarse por duplicado a la Subdirección de Estudios Tributarios. Instituto de Estudios Fiscales. Avda. Cardenal Herrera Oria, 378. 28035 Madrid.
3. La extensión máxima de texto escrito, incluidos apéndices y referencias bibliográficas será de 7000 palabras.
4. Los originales deberán presentarse mecanografiados a doble espacio. En la primera página deberá aparecer el título del trabajo, el nombre del autor(es) y la institución a la que pertenece, así como su dirección postal y electrónica. Además, en la primera página aparecerá también un abstract de no más de 125 palabras, los códigos JEL y las palabras clave.
5. Los epígrafes irán numerados secuencialmente siguiendo la numeración arábica. Las notas al texto irán numeradas correlativamente y aparecerán al pie de la correspondiente página. Las fórmulas matemáticas se numerarán secuencialmente ajustadas al margen derecho de las mismas. La bibliografía aparecerá al final del trabajo, bajo la inscripción "Referencias" por orden alfabético de autores y, en cada una, ajustándose al siguiente orden: autor(es), año de publicación (distinguiendo a, b, c si hay varias correspondientes al mismo autor(es) y año), título del artículo o libro, título de la revista en cursiva, número de la revista y páginas.
6. En caso de que aparezcan tablas y gráficos, éstos podrán incorporarse directamente al texto o, alternativamente, presentarse todos juntos y debidamente numerados al final del trabajo, antes de la bibliografía.
7. En cualquier caso, se deberá adjuntar un disquete con el trabajo en formato word. Siempre que el documento presente tablas y/o gráficos, éstos deberán aparecer en ficheros independientes. Asimismo, en caso de que los gráficos procedan de tablas creadas en excel, estas deberán incorporarse en el disquete debidamente identificadas.

Junto al original del Papel de Trabajo se entregará también un resumen de un máximo de dos folios que contenga las principales implicaciones de política económica que se deriven de la investigación realizada.

PUBLISHING GUIDELINES OF WORKING PAPERS AT THE INSTITUTE FOR FISCAL STUDIES

This serie of *Papeles de Trabajo* (working papers) aims to provide those having an interest in Public Economics with a vehicle to publicize their ideas. The rules governing submission and selection of papers are the following:

1. The manuscripts submitted will all be assessed and may be directly accepted for publication, accepted with subjections for revision or rejected.
2. The papers shall be sent in duplicate to Subdirección General de Estudios Tributarios (The Deputy Direction of Tax Studies), Instituto de Estudios Fiscales (Institute for Fiscal Studies), Avenida del Cardenal Herrera Oria, nº 378, Madrid 28035.
3. The maximum length of the text including appendices and bibliography will be no more than 7000 words.
4. The originals should be double spaced. The first page of the manuscript should contain the following information: (1) the title; (2) the name and the institutional affiliation of the author(s); (3) an abstract of no more than 125 words; (4) JEL codes and keywords; (5) the postal and e-mail address of the corresponding author.
5. Sections will be numbered in sequence with arabic numerals. Footnotes will be numbered correlatively and will appear at the foot of the corresponding page. Mathematical formulae will be numbered on the right margin of the page in sequence. Bibliographical references will appear at the end of the paper under the heading "References" in alphabetical order of authors. Each reference will have to include in this order the following terms of references: author(s), publishing date (with an a, b or c in case there are several references to the same author(s) and year), title of the article or book, name of the journal in italics, number of the issue and pages.
6. If tables and graphs are necessary, they may be included directly in the text or alternatively presented altogether and duly numbered at the end of the paper, before the bibliography.
7. In any case, a floppy disk will be enclosed in Word format. Whenever the document provides tables and/or graphs, they must be contained in separate files. Furthermore, if graphs are drawn from tables within the Excell package, these must be included in the floppy disk and duly identified.

Together with the original copy of the working paper a brief two-page summary highlighting the main policy implications derived from the research is also requested.

ÚLTIMOS PAPELES DE TRABAJO EDITADOS POR EL INSTITUTO DE ESTUDIOS FISCALES

2004

- 1/04 Una propuesta para la regulación de precios en el sector del agua: el caso español.
Autores: M.^a Ángeles García Valiñas y Manuel Antonio Muñoz Pérez.
- 2/04 Eficiencia en educación secundaria e *inputs* no controlables: sensibilidad de los resultados ante modelos alternativos.
Autores: José Manuel Cordero Ferrera, Francisco Pedraja Chaparro y Javier Salinas Jiménez.
- 3/04 Los efectos de la política fiscal sobre el ahorro privado: evidencia para la OCDE.
Autores: Montserrat Ferre Carracedo, Agustín García García y Julián Ramajo Hernández.
- 4/04 ¿Qué ha sucedido con la estabilidad del empleo en España? Un análisis desagregado con datos de la EPA: 1987-2003.
Autores: José María Arranz y Carlos García-Serrano.
- 5/04 La seguridad del empleo en España: evidencia con datos de la EPA (1987-2003).
Autores: José María Arranz y Carlos García-Serrano.
- 6/04 La ley de Wagner: un análisis sintético.
Autor: Manuel Jaén García.
- 7/04 La vivienda y la reforma fiscal de 1998: un ejercicio de simulación.
Autor: Miguel Ángel López García.
- 8/04 Modelo dual de IRPF y equidad: un nuevo enfoque teórico y su aplicación al caso español.
Autor: Fidel Picos Sánchez.
- 9/04 Public expenditure dynamics in Spain: a simplified model of its determinants.
Autores: Manuel Jaén García y Luis Palma Martos.
- 10/04 Simulación sobre los hogares españoles de la reforma del IRPF de 2003. Efectos sobre la oferta laboral, recaudación, distribución y bienestar.
Autores: Juan Manuel Castañer Carrasco, Desiderio Romero Jordán y José Félix Sanz Sanz.
- 11/04 Financiación de las Haciendas regionales españolas y experiencia comparada.
Autor: David Cantarero Prieto.
- 12/04 Multidimensional indices of housing deprivation with application to Spain.
Autores: Luis Ayala y Carolina Navarro.
- 13/04 Multiple occurrence of welfare reciprocity: determinants and policy implications.
Autores: Luis Ayala y Magdalena Rodríguez.
- 14/04 Imposición efectiva sobre las rentas laborales en la reforma del impuesto sobre la renta personal (IRPF) de 2003 en España.
Autoras: María Pazos Morán y Teresa Pérez Barrasa.
- 15/04 Factores determinantes de la distribución personal de la renta: un estudio empírico a partir del PHOGUE.
Autores: Marta Pascual y José María Sarabia.
- 16/04 Política familiar, imposición efectiva e incentivos al trabajo en la reforma de la imposición sobre la renta personal (IRPF) de 2003 en España.
Autoras: María Pazos Morán y Teresa Pérez Barrasa.
- 17/04 Efectos del déficit público: evidencia empírica mediante un modelo de panel dinámico para los países de la Unión Europea.
Autor: César Pérez López.

- 18/04 Inequality, poverty and mobility: Choosing income or consumption as welfare indicators.
Autores: Carlos Gradín, Olga Cantó y Coral del Río.
- 19/04 Tendencias internacionales en la financiación del gasto sanitario.
Autora: Rosa María Urbanos Garrido.
- 20/04 El ejercicio de la capacidad normativa de las CCAA en los tributos cedidos: una primera evaluación a través de los tipos impositivos efectivos en el IRPF.
Autores: José María Durán y Alejandro Esteller.
- 21/04 Explaining. budgetary indiscipline: evidence from spanish municipalities.
Autores: Ignacio Lago-Peñas y Santiago Lago-Peñas.
- 22/04 Local governments' asymmetric reactions to grants: looking for the reasons.
Autor: Santiago Lago-Peñas.
- 23/04 Un pacto de estabilidad para el control del endeudamiento autonómico.
Autor: Roberto Fernández Llera
- 24/04 Una medida de la calidad del producto de la atención primaria aplicable a los análisis DEA de eficiencia.
Autora: Mariola Pinillos García.
- 25/04 Distribución de la renta, crecimiento y política fiscal.
Autor: Miguel Ángel Galindo Martín.
- 26/04 Políticas de inspección óptimas y cumplimiento fiscal.
Autores: Inés Macho Stadler y David Pérez Castrillo.
- 27/04 ¿Por qué ahorra la gente en planes de pensiones individuales?
Autores: Félix Domínguez Barrero y Julio López-Laborda.
- 28/04 La reforma del Impuesto sobre Actividades Económicas: una valoración con microdatos de la ciudad de Zaragoza.
Autores: Julio López-Laborda, M.^a Carmen Trueba Cortés y Anabel Zárata Marco.
- 29/04 Is an inequality-neutral flat tax reform really neutral?
Autores: Juan Prieto-Rodríguez, Juan Gabriel Rodríguez y Rafael Salas.
- 30/04 El equilibrio presupuestario: las restricciones sobre el déficit.
Autora: Belén Fernández Castro.

2005

- 1/05 Efectividad de la política de cooperación en innovación: evidencia empírica española.
Autores: Joost Heijs, Liliana Herrera, Mikel Buesa, Javier Sáiz Briones y Patricia Valadez.
- 2/05 A probabilistic nonparametric estimator.
Autores: Juan Gabriel Rodríguez y Rafael Salas.
- 3/05 Efectos redistributivos del sistema de pensiones de la seguridad social y factores determinantes de la elección de la edad de jubilación. Un análisis por comunidades autónomas.
Autores: Alfonso Utrilla de la Hoz y Yolanda Ubago Martínez.
- 4/05 La relación entre los niveles de precios y los niveles de renta y productividad en los países de la zona euro: implicaciones de la convergencia real sobre los diferenciales de inflación.
Autora: Ana R. Martínez Cañete.
- 5/05 La Reforma de la Regulación en el contexto autonómico.
Autor: Jaime Vallés Giménez.

- 6/05 Desigualdad y bienestar en la distribución intraterritorial de la renta, 1973-2000.
Autores: Luis Ayala Cañón, Antonio Jurado Málaga y Francisco Pedraja Chaparro.
- 7/05 Precios inmobiliarios, renta y tipos de interés en España.
Autor: Miguel Ángel López García.
- 8/05 Un análisis con microdatos de la normativa de control del endeudamiento local.
Autores: Jaime Vallés Giménez, Pedro Pascual Arzoz y Fermín Cabasés Hita.
- 9/05 Macroeconomics effects of an indirect taxation reform under imperfect competition.
Autor: Ramón J. Torregrosa.
- 10/05 Análisis de incidencia del gasto público en educación superior: nuevas aproximaciones.
Autora: María Gil Izquierdo.
- 11/05 Feminización de la pobreza: un análisis dinámico.
Autora: María Martínez Izquierdo.
- 12/05 Efectos del impuesto sobre las ventas minoristas de determinados hidrocarburos en la economía extremeña: un análisis mediante modelos de equilibrio general aplicado.
Autores: Francisco Javier de Miguel Vélez, Manuel Alejandro Cardenete Flores y Jesús Pérez Mayo.
- 13/05 La tarifa lineal de Pareto en el contexto de la reforma del IRPF.
Autores: Luis José Imedio Olmedo, Encarnación Macarena Parrado Gallardo y María Dolores Sarrión Gavilán.
- 14/05 Modelling tax decentralisation and regional growth.
Autores: Ramiro Gil-Serrate y Julio López-Laborda.
- 15/05 Interactions inequality-polarization: characterization results.
Autores: Juan Prieto-Rodríguez, Juan Gabriel Rodríguez y Rafael Salas.
- 16/05 Políticas de competencia impositiva y crecimiento: el caso irlandés.
Autores: Santiago Díaz de Sarralde, Carlos Garcimartín y Luis Rivas.
- 17/05 Optimal provision of public *inputs* in a second-best scenario.
Autores: Diego Martínez López y A. Jesús Sánchez Fuentes.
- 18/05 Nuevas estimaciones del pleno empleo de las regiones españolas.
Autores: Javier Capó Parrilla y Francisco Gómez García.
- 19/05 US deficit sustainability revisited: a multiple structural change approach.
Autores: Óscar Bajo-Rubio, Carmen Díaz-Roldán y Vicente Esteve.
- 20/05 Aproximación a los pesos de calidad de vida de los “Años de Vida Ajustados por Calidad” mediante el estado de salud autopercebido.
Autores: Anna García-Altés, Jaime Pinilla y Salvador Peiró.
- 21/05 Redistribución y progresividad en el Impuesto sobre Sucesiones y Donaciones: una aplicación al caso de Aragón.
Autor: Miguel Ángel Barberán Lahuerta.
- 22/05 Estimación de los rendimientos y la depreciación del capital humano para las regiones del sur de España.
Autora: Inés P. Murillo.
- 23/05 El doble dividendo de la imposición ambiental. Una puesta al día.
Autor: Miguel Enrique Rodríguez Méndez.
- 24/05 Testing for long-run purchasing power parity in the post bretton woods era: evidence from old and new tests.
Autor: Julián Ramajo Hernández y Montserrat Ferré Cariacedo.

- 25/05 Análisis de los factores determinantes de las desigualdades internacionales en las emisiones de CO₂ *per cápita* aplicando el enfoque distributivo: una metodología de descomposición por factores de Kaya.
Autores: Juan Antonio Duro Moreno y Emilio Padilla Rosa.
- 26/05 Planificación fiscal con el impuesto dual sobre la renta.
Autores: Félix Domínguez Barrero y Julio López Laborda.
- 27/05 El coste recaudatorio de las reducciones por aportaciones a planes de pensiones y las deducciones por inversión en vivienda en el IRPF 2002.
Autores: Carmen Marcos García, Alfredo Moreno Sáez, Teresa Pérez Barrasa y César Pérez López.
- 28/05 La muestra de declarantes IEF-AEAT 2002 y la simulación de reformas fiscales: descripción y aplicación práctica.
Autores: Alfredo Moreno, Fidel Picos, Santiago Díaz de Sarralde, María Antiquera y Lucía Torrejón.

2006

- 1/06 Capital gains taxation and progressivity.
Autor: Julio López Laborda.
- 2/06 Pigou's dividend *versus* Ramsey's dividend in the double dividend literature.
Autores: Eduardo L. Giménez y Miguel Rodríguez.
- 3/06 Assessing tax reforms. Critical comments and proposal: the level and distance effects.
Autores: Santiago Díaz de Sarralde Míguez y Jesús Ruiz-Huerta Carbonell.
- 4/06 Incidencia y tipos efectivos del impuesto sobre el patrimonio e impuesto sobre sucesiones y donaciones.
Autora: Laura de Pablos Escobar.
- 5/06 Descentralización fiscal y crecimiento económico en las regiones españolas.
Autores: Patricio Pérez González y David Cantarero Prieto.
- 6/06 Efectos de la corrupción sobre la productividad: un estudio empírico para los países de la OCDE.
Autores: Javier Salinas Jiménez y M.^a del Mar Salinas Jiménez.
- 7/06 Simulación de las implicaciones del equilibrio presupuestario sobre la política de inversión de las comunidades autónomas.
Autores: Jaime Vallés Giménez y Anabel Zárata Marco.
- 8/06 The composition of public spending and the nationalization of party systems in western Europe.
Autores: Ignacio Lago-Peñas y Santiago Lago-Peñas.
- 9/06 Factores explicativos de la actividad reguladora de las Comunidades Autónomas (1989-2001).
Autores: Julio López Laborda y Jaime Vallés Giménez.
- 10/06 Disciplina crediticia de las Comunidades Autónomas.
Autor: Roberto Fernández Llera.
- 11/06 Are the tax mix and the fiscal pressure converging in the European Union?
Autor: Francisco J. Delgado Rivero.
- 12/06 Redistribución, inequidad vertical y horizontal en el impuesto sobre la renta de las personas físicas (1982-1998).
Autora: Irene Perrote.

- 13/06 Análisis económico del rendimiento en la prueba de conocimientos y destrezas imprescindibles de la Comunidad de Madrid.
Autores: David Trillo del Pozo, Marta Pérez Garrido y José Marcos Crespo.
- 14/06 Análisis de los procesos privatizadores de empresas públicas en el ámbito internacional. Motivaciones: moda política versus necesidad económica.
Autores: Almudena Guarnido Rueda, Manuel Jaén García e Ignacio Amate Fortes.
- 15/06 Privatización y liberalización del sector telefónico español.
Autores: Almudena Guarnido Rueda, Manuel Jaén García e Ignacio Amate Fortes.
- 16/06 Un análisis taxonómico de las políticas para PYME en Europa: objetivos, instrumentos y empresas beneficiarias.
Autor: Antonio Fonfría Mesa.
- 17/06 Modelo de red de cooperación en los parques tecnológicos: un estudio comparado.
Autora: Beatriz González Vázquez.
- 18/06 Explorando la demanda de carburantes de los hogares españoles: un análisis de sensibilidad.
Autores: Santiago Álvarez García, Marta Jorge García-Inés y Desiderio Romero Jordán.
- 19/06 Cross-country income mobility comparisons under panel attrition: the relevance of weighting schemes.
Autores: Luis Ayala, Carolina Navarro y Mercedes Sastre.
- 20/06 Financiación Autonómica: algunos escenarios de reforma de los espacios fiscales.
Autores: Ana Herrero Alcalde, Santiago Díaz de Sarralde, Javier Loscos Fernández, María Antiquera y José Manuel Tránchez.
- 21/06 Child nutrition and multiple equilibria in the human capital transition function.
Autores: Berta Rivera, Luis Currais y Paolo Rungo.
- 22/06 Actitudes de los españoles hacia la hacienda pública.
Autor: José Luis Sáez Lozano.
- 23/06 Progresividad y redistribución a través del IRPF español: un análisis de bienestar social para el periodo 1982-1998.
Autores: Jorge Onrubia Fernández, María del Carmen Rodado Ruiz, Santiago Díaz de Sarralde y César Pérez López.
- 24/06 Análisis descriptivo del gasto sanitario español: evolución, desglose, comparativa internacional y relación con la renta.
Autor: Manuel García Goñi.
- 25/06 El tratamiento de las fuentes de renta en el IRPF y su influencia en la desigualdad y la redistribución.
Autores: Luis Ayala Cañón, Jorge Onrubia Fernández y María del Carmen Rodado Ruiz.
- 26/06 La reforma del IRPF de 2007: una evaluación de sus efectos.
Autores: Santiago Díaz de Sarralde Míguez, Fidel Picos Sánchez, Alfredo Moreno Sáez, Lucía Torrejón Sanz y María Antiquera Pérez.
- 27/06 Proyección del cuadro macroeconómico y de las cuentas de los sectores institucionales mediante un modelo de equilibrio.
Autores: Ana María Abad, Ángel Cuevas y Enrique M. Quilis.
- 28/06 Análisis de la propuesta del tesoro Británico “Fiscal Stabilisation and EMU” y de sus implicaciones para la política económica en la Unión Europea.
Autor: Juan E. Castañeda Fernández.

- 29/06 Choosing to be different (or not): personal income taxes at the subnational level in Canada and Spain.
Autores: Violeta Ruiz Almendral y François Vaillancourt.
- 30/06 A projection model of the contributory pension expenditure of the Spanish social security system: 2004-2050.
Autores: Joan Gil, Miguel Ángel Lopez-García, Jorge Onrubia, Concepció Patxot y Guadalupe Souto.

2007

- 1/07 Efectos macroeconómicos de las políticas fiscales en la UE.
Autores: Oriol Roca Sagalés y Alfredo M. Pereira.
- 2/07 Deficit sustainability and inflation in EMU: an analysis from the fiscal theory of the price level.
Autores: Óscar Bajo-Rubio, Carmen Díaz-Roldán y Vicente Esteve.
- 3/07 Contraste empírico del modelo monetario de tipos de cambio: cointegración y ajuste no lineal.
Autor: Julián Ramajo Hernández.
- 4/07 An empirical analysis of capital taxation: equity vs. tax compliance.
Autores: José M.^a Durán Cabré y Alejandro Esteller Moré.
- 5/07 Education and health in the OECD: a macroeconomic approach.
Autoras: Cecilia Albert y María A. Davia.
- 6/07 Understanding the effect of education on health across European countries.
Autoras: Cecilia Albert y María A. Davia.
- 7/07 Polarization, fractionalization and conflict.
Autores: Joan Esteban y Debraj Ray.
- 8/07 Immigration in a segmented labor market: the effects on welfare.
Autor: Javier Vázquez Grenno.
- 9/07 On the role of public debt in an OLG Model with endogenous labor supply.
Autor: Miguel Ángel López García.
- 10/07 Assessing profitability in rice cultivation using the Policy Matrix Analysis and profit-efficient data.
Autores: Andrés J. Picazo-Tadeo, Ernest Reig y Vicent Estruch.
- 11/07 Equidad y redistribución en el Impuesto sobre Sucesiones y Donaciones: análisis de los efectos de las reformas autonómicas.
Autores: Miguel Ángel Barberán Lahuerta y Marta Melguizo Garde.
- 12/07 Valoración y determinantes del stock de capital salud en la Comunidad Canaria y Cataluña.
Autores: Juan Oliva y Néboa Zozaya.
- 13/07 La nivelación en el marco de la financiación de las Comunidades Autónomas.
Autores: Ana Herrero Alcalde y Jorge Martínez-Vázquez.
- 14/07 El gasto en defensa en los países desarrollados: evolución y factores explicativos.
Autor: Antonio Fonfría Mesa.
- 15/07 Los costes del servicio de abastecimiento de agua. Un análisis necesario para la regulación de precios.
Autores: Ramón Barberán Ortí, Alicia Costa Toda y Alfonso Alegre Val.
- 16/07 Precios, impuestos y compras transfronterizas de carburantes.
Autores: Andrés Leal Marcos, Julio López Laborda y Fernando Rodrigo Saucó.

- 17/07 Análisis de la distribución de las emisiones de CO₂ a nivel internacional mediante la adaptación del concepto y las medidas de polarización.
Autores: Juan Antonio Duro Moreno y Emilio Padilla Rosa.
- 18/07 Foreign direct investment and regional growth: an analysis of the Spanish case.
Autores: Óscar Bajo Rubio, Carmen Díaz Mora y Carmen Díaz Roldán.
- 19/07 Convergence of fiscal pressure in the EU: a time series approach.
Autores: Francisco J. Delgado y María José Presno.
- 20/07 Impuestos y protección medioambiental: preferencias y factores.
Autores: María de los Ángeles García Valiñas y Benno Torgler.
- 21/07 Modelización paramétrica de la distribución personal de la renta en España. Una aproximación a partir de la distribución Beta generalizada de segunda especie.
Autores: Mercedes Prieto Alaiz y Carmelo García Pérez.
- 22/07 Desigualdad y delincuencia: una aplicación para España.
Autores: Rafael Muñoz de Bustillo, Fernando Martín Mayoral y Pablo de Pedraza.
- 23/07 Crecimiento económico, productividad y actividad normativa: el caso de las Comunidades Autónomas.
Autor: Jaime Vallés Giménez.
- 24/07 Descentralización fiscal y tributación ambiental. El caso del agua en España.
Autores: Anabel Zárata Marco, Jaime Vallés Giménez y Carmen Trueba Cortés.
- 25/07 Tributación ambiental en un contexto federal. Una aplicación empírica para los residuos industriales en España.
Autores: Anabel Zárata Marco, Jaime Vallés Giménez y Carmen Trueba Cortés.
- 26/07 Permisos de maternidad, paternidad y parentales en Europa: algunos elementos para el análisis de la situación actual.
Autoras: Carmen Castro García y María Pazos Morán.
- 27/07 ¿Quién soporta las cotizaciones sociales empresariales?. Una panorámica de la literatura empírica.
Autor: Ángel Melguizo Esteso.
- 28/07 Una propuesta de financiación municipal.
Autores: Manuel Esteban Cabrera y José Sánchez Maldonado.
- 29/07 Do R&D programs of different government levels overlap in the European Union.
Autoras: Isabel Busom y Andrea Fernández-Ribas.
- 30/07 Proyecciones de tablas de mortalidad dinámicas de España y sus Comunidades Autónomas.
Autores: Javier Alonso Meseguer y Simón Sosvilla Rivero.
- 2008**
- 1/08 Estudio descriptivo del voto económico en España.
Autores: José Luis Sáez Lozano y Antonio M. Jaime Castillo.
- 2/08 The determinants of tax morale in comparative perspective: evidence from a multilevel analysis.
Autores: Ignacio Lago-Peñas y Santiago Lago-Peñas.
- 3/08 Fiscal decentralization and the quality of government: evidence from panel data.
Autores: Andreas P. Kyriacou y Oriol Roca-Sagalés.
- 4/08 The effects of multinationals on host economies: A CGE approach.
Autores: María C. Latorre, Oscar Bajo-Rubio y Antonio G. Gómez-Plana.

- 5/08 Measuring the effect of spell recurrence on poverty dynamics.
Autores: José María Arranz y Olga Cantó.
- 6/08 Aspectos distributivos de las diferencias salariales por razón de género en España: un análisis por subgrupos poblacionales.
Autores: Carlos Gradín y Coral del Río.
- 7/08 Evaluating the regulator: winners and losers in the regulation of Spanish electricity distribution (1988-2002).
Autores: Leticia Blázquez Gómez y Emili Grifell-Tatjé.
- 8/08 Interacción de la política monetaria y la política fiscal en la UEM: tipos de interés a corto plazo y déficit público.
Autores: Jesús Manuel García Iglesias y Agustín García García.
- 9/08 A selection model of R&D intensity and market structure in Spanish firms.
Autor: Joaquín Artés.
- 10/08 Outsourcing behaviour: the role of sunk costs and firm and industry characteristics.
Autoras: Carmen Díaz Mora y Angela Triguero Cano.
- 11/08 How can the decommodified security ratio assess social protection systems?.
Autor: Georges Menahem.
- 12/08 Pension policies and income security in retirement: a critical assessment of recent reforms in Portugal.
Autora: Maria Clara Murteira.
- 13/08 Do unemployment benefit legislative changes affect job finding? Evidence from the Spanish 1992 UI reform act.
Autores: José M. Arranz, Fernando Muñoz Bullón y Juan Muro.
- 14/08 Migraciones interregionales en España y su relación con algunas políticas públicas.
Autora: María Martínez Torres.
- 15/08 Entradas y salidas de la pobreza en la Unión Europea: factores determinantes.
Autores: Guillermina Martín Reyes, Elena Bárcena Martín, Antonio Fernández Morales y Antonio García Lizana.
- 16/08 Income mobility and economic inequality from a regional perspective.
Autores: Juan Prieto Rodríguez, Juan Gabriel Rodríguez y Rafael Salas.
- 17/08 A note on the use of calendar regressors.
Autor: Leandro Navarro Pablo.
- 18/08 Asimetrías y efectos desbordamiento en la transmisión de la política fiscal en la Unión Europea: evidencia a partir de un enfoque VAR estructural.
Autor: Julián Ramajo.
- 19/08 Institutionalizing uncertainty: the choice of electoral formulas.
Autores: Gonzalo Fernández de Córdoba y Alberto Penadés.
- 20/08 A field experiment to study sex and age discrimination in selection processes for staff recruitment in the Spanish labor market.
Autores: Rocío Albert, Lorenzo Escot, y José A. Fernández-Cornejo.
- 21/08 Descentralización y tamaño del sector público regional en España.
Autor: Patricio Pérez.
- 22/08 Multinationals and foreign direct investment: main theoretical strands and empirical effects.
Autora: María C. Latorre.

- 23/08 Una aproximación no lineal al análisis del impacto de las finanzas públicas en el crecimiento económico de los países de la UE-15, 1965-2007.
Autor: Diego Romero Ávila.
- 24/08 Consolidación y reparto de la base imponible del Impuesto sobre Sociedades entre los Estados Miembros de la Unión Europea: consecuencias para España.
Autores: Félix Domínguez Barrero y Julio López Laborda.
- 25/08 La suficiencia dinámica del modelo de financiación autonómica en España, 2002-2006.
Autores: Catalina Barceló Maimó, María Marquès Caldentey y Joan Rosselló Villalonga.
- 26/08 Ayudas públicas en especie y en efectivo: justificaciones y aspectos metodológicos.
Autores: Laura Piedra Muñoz y Manuel Jaén García.
- 27/08 Las ayudas públicas al alquiler de la vivienda. un análisis empírico para evaluar sus beneficios y costes.
Autores: Laura Piedra Muñoz y Manuel Jaén García.
- 28/08 Decentralization and spatial distribution of regional economic activity: does equalization matter?.
Autores: Santiago Lago-Peñas y Diego Martínez-López.
- 29/08 Childcare costs and Spanish mothers's labour force participation.
Autora: Cristina Borra.
- 30/08 Pro-poor economic growth, inequality and fiscal policy: the case of Spanish regions.
Autores: Luis Ayala y Antonio Jurado.

2009

- 1/09 Does the balance of payments constrain economic growth?. Some evidence for the new EU members.
Autores: Oscar Bajo-Rubio y Carmen Díaz-Roldán.
- 2/09 Imputación a valor de mercado de los rendimientos de la vivienda en Propiedad del IRPF.
Autores: Luis Ayala Cañón, Jorge Onrubia Fernández y María del Carmen Rodado Ruiz.
- 3/09 Income poverty and multidimensional deprivation: lessons from cross-regional analysis.
Autores: Luis Ayala Cañón, Antonio Jurado y Jesús Perez-Mayo.
- 4/09 Reglas fiscales activas: el caso de España (1981-2007).
Autor: Juan E. Castañeda Fernández.
- 5/09 Índices trimestrales de volumen encadenados, ajuste estacional y *Bechmarking*.
Autores: Ana M.^a Abad, Ángel Cuevas y Enrique M. Quilis.
- 6/09 Fiscal decentralization and economic growth in OECD countries: matching spending with revenue decentralization.
Autores: Norman Gemmill, Richard Kneller e Ismael Sanz.
- 7/09 Una estimación del voto estratégico en las elecciones generales españolas, 2000-2008.
Autores: Enrique García Viñuela y Joaquín Artés.
- 8/09 La tributación del transporte como instrumento frente al cambio climático.
Autor: Miguel Buñuel González
- 9/09 The ins and outs of unemployment and the assimilation of recent immigrants in Spain.
Autores: José I. Silva y Javier Vázquez.
- 10/09 Decomposing the determinants of health care expenditure: the case of Spain.
Autores: David Cantarero Prieto y Santiago Lago-Peña.

11/09 La clase beta de medidas de desigualdad.

Autores: Luis José Imedio Olmedo, Elena Bárcena Martín y Encarnación M. Parrado Gallardo.